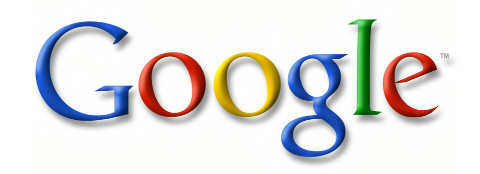
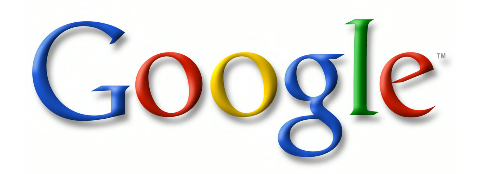




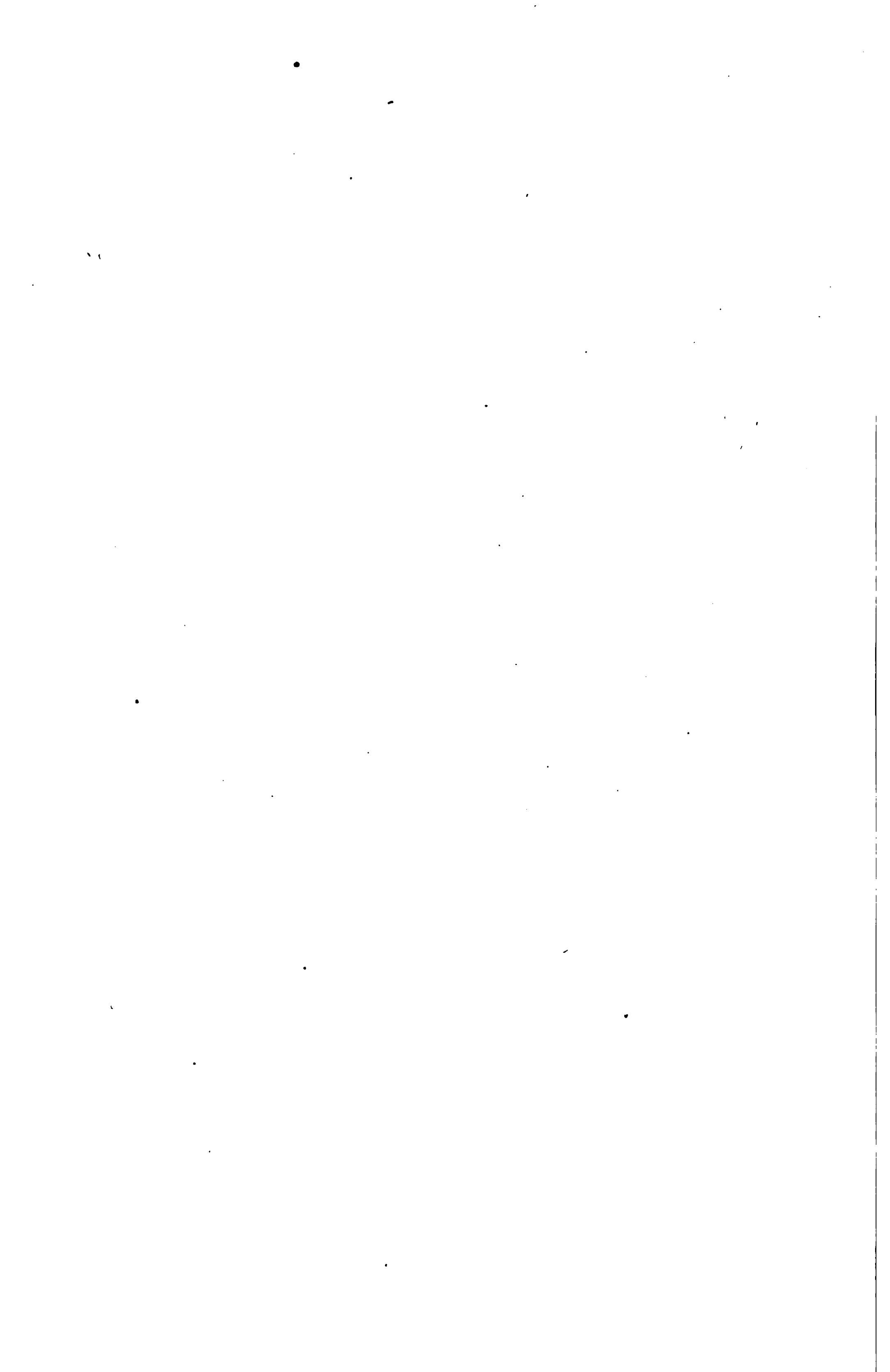












Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

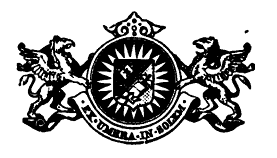
im Jahre 1901.

Dritter Jahrgang.

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

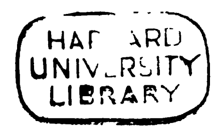
von

Arthur König.



Leipzig, 1901.

Verlag von Johann Ambrosius Barth.



Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Inhaltsverzeichnis.*)

*) An den durch die fettgedruckten Seitenzahlen bezeichneten Stellen finden sich ausführlichere Mitteilungen über den betreffenden Gegenstand.

Jahrg. 3. Nr. 1.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 1. Februar 1901.

Vorsitzender: Hr. E. WARBURG.

Der Vorsitzende legt vor Eintritt in die Tagesordnung eine dem Andenken des verstorbenen Gesellschaftsmitgliedes Prof. Dr. R. HOPPE gewidmete Gedenkschrift vor, welche die Neffen des Verstorbenen der Gesellschaft übermittelt haben, und verliest dann folgenden Brief, der bei Gelegenheit der Uebersendung des Rapports über den vorjährigen Pariser internationalen Physikercongress eingelaufen ist.

Sèvres, le 2 janvier 1901.

Monsieur le Président et très honoré Collègue!

Je suis heureux de vous faire adresser, de la part de la Commission du Congrès et de la Société française de Physique, un exemplaire des Rapports présentés au Congrès international de Physique, et vous prie de vouloir bien en accepter l'hommage pour la belle société que vous présidez.

La Commission d'organisation du Congrès tient à vous exprimer toute sa reconnaissance pour le bienveillant intérêt que vous avez témoigné à son œuvre, en acceptant de représenter, dans nos assemblées, la Société de physique allemande en compagnie des savants distingués qui tous ont pris une part active à la préparation du Congrès par la rédaction de Rapports d'une très haute valeur, qui, avec la part si active que vous et vos Collègues avez prise au Congrès lui-même, resteront un signe durable de la grande cordialité des relations entre nos deux Sociétés, qui, nous osons l'espérer, deviendront de

plus en plus fréquentes et de plus en plus suivies pour le plus grand bien de la Science que nous cultivons.

Je suis heureux d'être l'interprête des sentiments de notre Commission en vous faisant part de la haute estime qu'elle professe pour votre personne, et vous prie d'agréer, Monsieur le Président et très honoré Collègue, l'expression de nos sentiments et haute considération et de bonne confraternité.

Pour la Commission du Congrès,
L'un des Sécrétaires généraux,

CH. ED. GUILLAUME.

Monsieur le Professeur E. WARBURG,
Président de la Société de physique allemande,

Berlin.

Hr. E. WARBURG berichtet über eine Abhandlung des Hrn. **L. Lownds:**

Zur Kenntnis des thermomagnetischen Longitudinal-effectes im Wismut

und spricht im Anschluss daran in längerer Ausführung über die Theorie dieser Erscheinungen.

Hr. **A. Miethe** demonstrirt dann

Versuche mit radioactiver Substanz.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. A. MIETHE in Charlottenburg.

Hr. Dr. DRECKER in Aachen, Lousbergstrasse 26.

Hr. Prof. Dr. K. VON DER MÜHLL in Basel, Universität.

Zur Kenntnis des thermomagnetischen Longitudinaleffectes im Wismut;
von L. Lownds.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 1. Februar 1901.)
(Vgl. oben S. 2.)

Ein aus verschiedenen Metallen zusammengesetzter geschlossener Kreis bestehe zum Teil aus Wismut. Der letztere Teil werde von einem Wärmestrom einer Richtung durchflossen und befinde sich in einem magnetischen Feld, dessen Kraftlinien senkrecht zum Wärmestrom gerichtet sind. Dann hängt die elektromotorische Kraft des Kreises von der Stärke des Magnetfeldes ab.

Dies ist der von v. Ettingshausen und Nernst[1]) im Jahre 1886 entdeckte thermomagnetische Longitudinaleffect. Derselbe ist mehrfach als eine Aenderung der thermoelektrischen Kraft aufgefasst worden. Um die Zulässigkeit dieser Auffassung zu prüfen, machte ich folgenden Versuch.

Ein 35 cm langer, 1 mm dicker, verticaler Draht AB aus elektrolytischem Wismut wurde mit einem ihm nahen, parallelen Kupferdraht AC zu einem Thermoelement verbunden. Bei B und C waren Kupferdrähte angelötet. Die Lötstelle A befand sich in einem Magnetfeld mit horizontalen Kraftlinien und die beiden Drähte AB und AC von A bis zu einem 25 cm entfernten Punkt in einem Bade constanter Temperatur (schmelzendes Eis, Kohlensäureschnee-Aether, flüssige Luft), sodass ein Temperaturgefälle im Magnetfeld nicht stattfand. Die Lötstellen B und C wurden auch auf constanter Temperatur (Zimmertemperatur oder 0^0) gehalten.

Unter diesen Umständen konnte ein Einfluss des Magnetfeldes (4500—8100 C.G.S.) auf die elektromotorische Kraft des Elementes nicht bemerkt werden.

Legt man die bekannte Theorie des Thermoelementes von Lord Kelvin zu Grunde, so folgt hieraus, dass das Feld den Peltiereffect, daher nach jener Theorie auch den Thomsoneffect

---

1) A. v. Ettingshausen u. W. Nernst, Wied. Ann. **29.** p. 343. 1886.

nicht beeinflusst, also die thermoelektrischen Constanten des Wismuts ungeändert lässt. DEFREGGER[1]) hat durch folgendes Experiment nachzuweisen gesucht, dass der thermomagnetische Longitudinaleffect auf eine Aenderung der thermoelektrischen Constanten des Wismuts zurückzuführen sei. Eine Wismutplatte $BCDE$ (Fig. 1) war mit zwei Fortsätzen aus Wismut BA und EF versehen, BC wurde auf 100°, ED auf Zimmertemperatur gehalten, sodass ein Wärmestrom in der Richtung des Pfeiles durch die Platte floss. Bei A und F, sowie bei B und E waren Kupferdrähte angelötet. Die magnetischen Kraftlinien gingen senkrecht zur Platte. Wurden nun die Lötstellen A und F auf Zimmertemperatur gehalten, sodass zwischen A und F ohne Feld eine elektromotorische Kraft nicht bestand, so wurde auch durch das Feld eine solche nicht erregt, während die elektromotorische Kraft zwischen den Kupferdrähten bei B und E durch das Feld eine erhebliche Aenderung erfuhr. Aus dem Ausbleiben der Feldwirkung im ersten Fall schliesst der Verfasser, dass die Feldwirkung im zweiten Fall auf die Lötstellen Kupfer–Wismut bei B und E ausgeübt wurde.

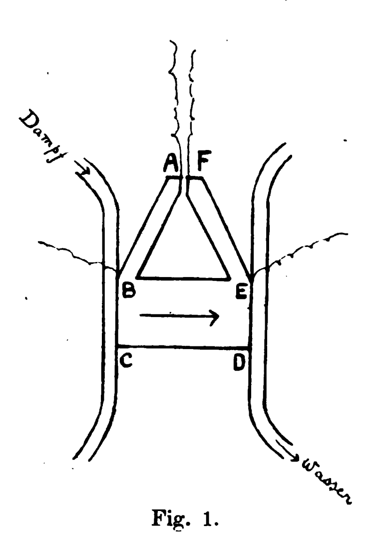


Fig. 1.

Hierbei ist aber in Betracht zu ziehen, dass im ersten Fall bei der Wismutableitung auch in BA ein Wärmestrom bestand, und dass sofern auch BA sich im Magnetfeld befand, infolge hiervon auch in BA ein Longitudinaleffect auftrat, welcher dem in BE erregten entgegenwirkte und, falls das Magnetfeld in BA ebenso stark als in BE war, diesem an Grössse gleich war, da nach NERNST[2]) der Effect zwischen zwei Stellen nur von deren Temperaturdifferenz, nicht aber von der Gestalt des Wismuts zwischen diesen Stellen ab-

1) R. DEFREGGER, Wied. Ann. 63. p. 97. 1897.

2) W. NERNST, Wied. Ann. 31. p. 760. 1887.

hängt. Die Longitudinaleffecte in *BE* und *BA* mussten sich also, wie beobachtet wurde, aufheben.

NERNST[1]) fand, wie schon erwähnt, die elektromotorische Kraft p des von einem bestimmten Felde erregten Longitudinaleffectes zwischen zwei Stellen 1 und 2 nur abhängig von den Temperaturen t_1 und t_2 dieser Stellen, dagegen unabhängig von der Gestalt des Wismuts zwischen 1 und 2. Setzt man somit nach NERNST

$$p = (t_2 - t_1)n$$

so hängt n von der Feldstärke $\mathfrak{H}$ und der mittleren Temperatur $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ ab. Bei den bisherigen diesbezüglichen Versuchen wurde die Temperatur nur innerhalb sehr enger Grenzen variirt. Ich habe n als Function der Feldstärke für Mitteltemperaturen zwischen ungefähr $+ 70^0$ und Temperaturen, wie sie durch Anwendung flüssiger Luft erreicht werden können, bestimmt. Die Versuche wurden zum Teil mit dem elektrolytischen Wismutdraht von HARTMANN und BRAUN, zum Teil mit der Platte aus elektrolytischem Wismut, welche Hr. YAMAGUCHI[2]) im hiesigen Institut hergestellt hat, ausgeführt. Das Temperaturgefälle wurde in ähnlicher Weise wie bei den Versuchen von YAMAGUCHI hervorgebracht. Fig. 2 enthält die graphische Darstellung der Ergebnisse. Die ausgezogenen Linien beziehen sich auf den Draht, die gestrichelten auf die Platte. Beide Versuchsreihen stimmen so gut überein, als erwartet werden kann, zeigen jedenfalls durchaus ähnlichen Verlauf. Man bemerkt, dass der Longitudinaleffect bei $- 112^0$ bei einer Feldstärke von 2450 C.G.S. ein Maximum erreicht; dass er bei einer gewissen hier nicht erreichten Feldstärke negativ werden würde, geht aus dem Verhalten der Platte bei $- 135^0$ mit Evidenz hervor. Der Verlauf der auf die höheren Temperaturen bezüglichen Curven legt die Vermutung sehr nahe, dass auch hier Maximum und Zeichenwechsel beobachtet worden wären, wenn man zu hinreichend starken Feldern hätte vordringen können, und dass die entsprechenden Feldstärken um so höher hinauf rücken, je höher die Temperatur. Ganz anders als der thermomagnetische Longitudinaleffect verhält sich in dieser Be-

---

1) W. NERNST, l. c.

2) E. YAMAGUCHI, Ann. d. Phys. 1. p. 214. 1900.

ziehung der thermomagnetische Transversaleffect, welcher von YAMAGUCHI sowohl mit sinkender Temperatur als auch mit steigender Feldstärke stets wachsend gefunden wurde. VAN EVER-

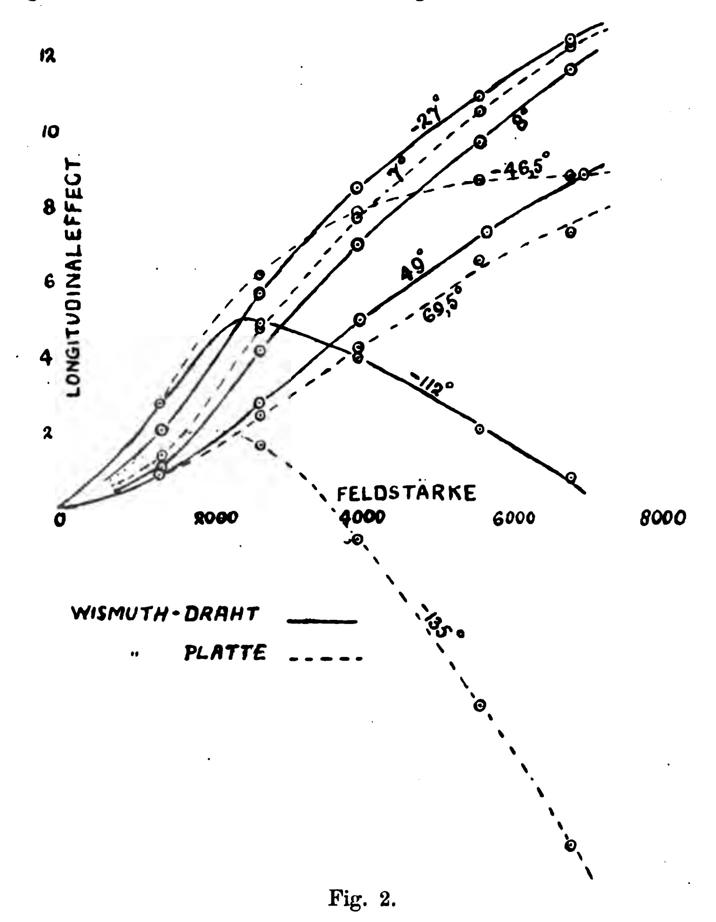


Fig. 2.

DINGEN[1]) hat zwischen Zimmertemperatur und 100 ° den Longitudinaleffect als Function der Feldstärke $\mathfrak{H}$ durch den Ausdruck $C_2\,\mathfrak{H}^2/1 + C_1\sqrt{\mathfrak{H}^2}$ darstellen können; ein Ausdruck, der nach dem Vorstehenden bei tieferen Temperaturen nicht mehr zutrifft.

1) A. v. EVERDINGEN, Leiden Commun. 48. p. 4. 1899.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. Nr. 3.

Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 1. März 1901.

Vorsitzender: Hr. E. WARBURG.

Der Vorsitzende berichtet zunächst über das Ergebnis der zweiten, schriftlichen Abstimmung, welche über die in der vorigen Sitzung vorgeschlagenen und in erster Abstimmung angenommenen Satzungsänderungen inzwischen stattgefunden hat. Es haben 148 Mitglieder ihr Votum eingesandt und sämtlich ihre Zustimmung erteilt, sodass die in dem vorigen Sitzungsbericht im Wortlaut abgedruckten Satzungsänderungen nunmehr definitiv angenommen sind und für die Gesellschaft in Kraft treten.

Der Vorsitzende teilt ferner mit, dass am 19. Februar d. J. der Casse der Gesellschaft durch Hrn. B. SCHWALBE die Summe von 200 Mark als Ueberschuss einer Sammlung überwiesen wurde. Dieser Betrag ist unter dem gleichen Datum dem Capital-Conto der Gesellschaft gutgeschrieben worden.

Hr. **O. Lummer** spricht dann nach gemeinsam mit **Hrn. E. Pringsheim** angestellten Versuchen über

Temperaturbestimmung hocherhitzter Körper (Glühlampe etc.) auf bolometrischem und photometrischem Wege.

Als Mitglied wird in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. O. Martienssen, Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. **Nr. 4.**

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 15. März 1901.

Vorsitzender: i. V. Hr. E. Lampe.

Hr. **W. Jaeger** spricht nach gemeinschaftlich mit Hrn. **St. Lindeck** angestellten Versuchen

über Normalelemente.

Hr. H. Starke legt vor:

1. Eine Abhandlung von Hrn. **Felix M. Exner:**

Zur inneren Leitung von Quarz bei 100—150° und von Glas bei Zimmertemperatur.

2. Eine von Hrn. G. Quincke eingesandte Abhandlung des Hrn. **E. H. Stevens** aus Brighton,

Ueber Schallgeschwindigkeit in Luft bei hoher Temperatur,

welche sich auf Untersuchungen gründet, die im Jahre 1899 im Physikalischen Institut der Universität Heidelberg ausgeführt worden sind.

Hr. **F. F. Martens** spricht dann in einem von Demonstrationen begleiteten Vortrage

über die Dispersion ultravioletter Strahlen in Steinsalz und Sylvin.

Zur inneren Leitung von Quarz bei 100—150° und von Glas bei Zimmertemperatur;

von Felix M. Exner.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 15. März 1901.)

(Vgl. oben S. 25.)

Eine von der Firma Schott und Gen. in Jena künstlich durch Schmelzung hergestellte Platte von amorphem Quarz wurde auf ihren inneren Leitungswiderstand untersucht; hierbei kam der von den Herren E. Warburg und F. Tegetmeier[1]) angegebene und für ähnliche Messungen vielfach benützte Apparat zur Verwendung. Zwei isolirte Stahlgefässe, zwischen welchen die Platte eingeklemmt wird, enthalten Natrium-Amalgam als Anode bez. Kathode; zwischen ihnen wurde durch Accumulatoren eine Spannung von 240 Volt hergestellt. Ein Ofen mit Thermoregulator diente dazu, die Quarzplatte auf constanten Temperaturen zwischen 100 und 150° zu halten. Da der Widerstand des Quarzes sich als sehr gross zeigte — derselbe war von der Grössenordnung von 10^{11} Ohm —, so wurde die Siemens'sche Methode der Widerstandsbestimmung durch Condensatorladung angewendet. Mittels derselben ergaben sich bei den Temperaturen ϑ die folgenden Werte s für den specifischen Widerstand des amorphen Quarzes bezogen auf Quecksilber von 0° (dabei war der Potentialabfall pro Millimeter 27 Volt, da die Dicke der Platte 9 mm, die ganze Spannung 240 Volt betrug):

ϑ	s
101,0° C.	$4,1 . 10^{15}$
124,5	$2,2 . 10^{15}$
147,0	$0,9 . 10^{15}$

1) F. Tegetmeier, Wied. Ann. 35. 1888; daselbst eine genaue Beschreibung des Apparates.

Die Ladungsdauer betrug eine Minute; der Zeitraum von der ersten zur letzten Messung betrug vier Stunden, während welcher der Strom fast ununterbrochen den Quarz durchfloss.

Wurde als Anode Quecksilber verwendet, so ergab sich:

ϑ	s
151° C.	$3,9 \cdot 10^{15}$
122	$15 \cdot 10^{15}$
106	$26 \cdot 10^{15}$
156	$7,4 \cdot 10^{15}$

Die Messungen sind in ihrer zeitlichen Aufeinanderfolge angeführt; der Widerstand war hier grösser als mit der Natrium-Amalgamanode und nahm unter Einwirkung des Stromes zu.

Zum Vergleich wurde noch der Widerstand einer Platte von Bergkrystall in der Richtung der Hauptaxe bestimmt; hierbei betrug die Spannung pro Millimeter 60 Volt bei einer Plattendicke von 4 mm. Der Widerstand war nur von der Ordnung 10^7—10^8 Ohm; die Anode bildete Natrium-Amalgam.

Es war:

ϑ	s
148° C.	$2,3 \cdot 10^{12}$
126	$1,0 \cdot 10^{13}$
109	$5,0 \cdot 10^{13}$
148	$2,3 \cdot 10^{12}$

Der Widerstand des Bergkrystalles in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe ist also bedeutend geringer als der des amorphen Quarzes und ändert sich viel stärker mit der Temperatur.

Compression des letzteren in der Richtung des Potentialgefälles gab keine merkbare Aenderung des Widerstandes.

Die folgenden Bestimmungen erstrecken sich auf die Untersuchung einiger Gläser hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit für Leydener Flaschen. Hier kommt der innere Ohm'sche Widerstand in Betracht. Da die Schwierigkeiten, welche sich diesen Messungen in den Weg stellten, ihre Ursache in der bedeutenden Grösse des Widerstandes hatten, sollen sie hier angeführt werden: Der Glasbecher, dessen innerer Widerstand gemessen

werden sollte, wurde in ein Gefäss, das mit H_2SO_4 gefüllt war, gestellt und bis zu halber Höhe selbst mit H_2SO_4 gefüllt; die beiden Flüssigkeiten bildeten die Stromzuführung- und -abführung. Der obere Rand des Bechers wurde mit einem Stanniolring umschlungen, der zur Erde abgeleitet war; auf diese Weise war Oberflächenleitung von einer Belegung zur anderen verhindert. Im übrigen war die Schaltung dieselbe wie bei der Widerstandsbestimmung des Quarzes; der das Glas durchsetzende Strom lud einen Condensator, welcher sodann durch ein ballistisches Galvanometer entladen wurde. Wird nun die innere Belegung der so gebildeten Leydener Flasche geladen, so geht inducirte Elektricität von der äusseren Belegung in den Condensator; daher muss die letztere zunächst stets mit der Erde verbunden werden, ehe sie an den Condensator angelegt wird; die sodann in denselben fliessende Elektricitätsmenge ist nur dann die ganze, welche wirklich die Glasmasse als Leitungsstrom durchsetzt hat, wenn 1. das Potential der inneren Belegung constant ist (daher war die Verwendung einer Hochspannungs-Accumulatoren-Batterie erforderlich), 2. der im Glas gebildete Rückstand constant geworden ist, und wenn 3. die Oberflächenleitung von der äusseren Belegung zum Stanniolring während der ganzen Ladungszeit gegen den inneren Leitungsstrom zu vernachlässigen ist. Das letztere war der Fall, wenn das Glas gut gereinigt und erhitzt worden war; was die Rückstandsbildung betrifft, so bewirkte diese eine scheinbare Verkleinerung des Widerstandes; sobald sich der Rückstand vollständig gebildet hatte, was, wie sich am Constantwerden des Ausschlages zeigte, 20—30 Minuten in Anspruch nahm, konnte die Messung ausgeführt werden.

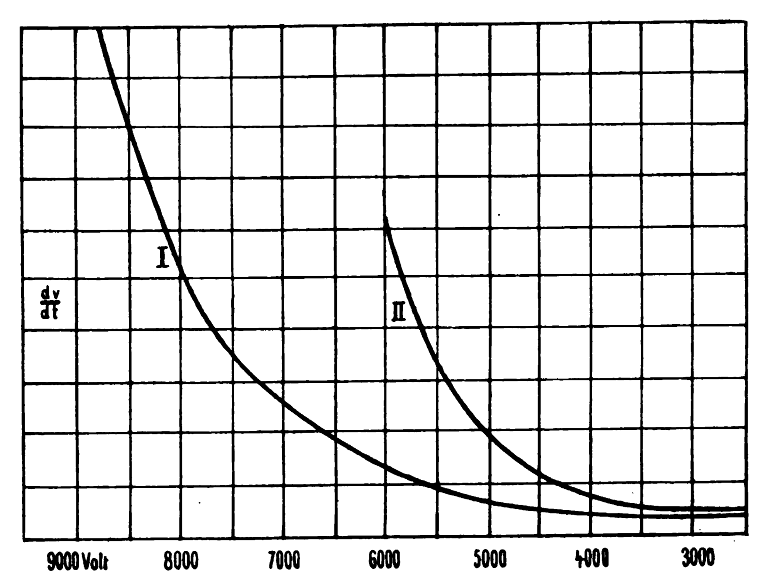
Zur Prüfung des Ohm'schen Gesetzes wurde nun der Widerstand (w) bei drei verschiedenen Spannungen bestimmt; es ergab sich:

bei	1140 Volt	$w = 1{,}43 \,.\, 10^{12}$	Ohm
„	2180 „	$w = 1{,}43 \,.\, 10^{12}$	„
„	3320 „	$w = 1{,}39 \,.\, 10^{12}$	„

Da ein Versuchsfehler von 3—4 Proc. sehr wohl möglich ist, so erscheint das Ohm'sche Gesetz innerhalb dieser Grenzen bestätigt; der specifische Widerstand, bezogen auf Hg von 0°, ist hiernach $s = 2{,}5 \,.\, 10^{19}$.

Diese Bestimmungen beziehen sich auf eine Glassorte, welche als besonders geeignet für Leydener Flaschen bezeichnet wurde. Für einen zum Vergleich herangezogenen Becher einer gewöhnlichen Leydener Flasche fand sich das Ohm'sche Gesetz gleichfalls bestätigt; dabei war $s = 2{,}9 . 10^{19}$, die Isolation dieses Glases also ebenso gut.

Endlich wurden noch aus Bechern verschiedenen Glases Leydener Flaschen mit Stanniolbelegung hergestellt, und die Geschwindigkeit ihres Spannungsverlustes gemessen. Erfolgte



die Ladung mittels Elektrisirmaschine rasch bis auf ein bestimmtes Potential, so ging der Abfall anfangs viel schneller vor sich, als wenn die Flasche längere Zeit durch öfteres Nachladen auf demselben Potential gehalten und dann sich selbst überlassen wurde, ein Beweis dafür, dass die Rückstandsbildung im Glas einen merklichen Anteil an den Potentialverlusten hatte. Bei einer Glassorte z. B. brachte der Rückstand, welcher sich bei 6000 Volt gebildet hatte, nach Entladung der Flasche eine Nachladung von 1800 Volt Spannung hervor, betrug also 0,3 der Anfangsladung. Wurde statt der Stanniolbelegung aussen und innen H_2SO_4 verwendet, wobei dann die Zwischenschicht des Klebemittels und einzelner Luftteilchen wegfiel, so

war der Rückstand etwas geringer. Die Geschwindigkeit des Potentialabfalles ist infolge des Rückstandes nicht nur vom momentanen Potential selbst, sondern auch von dem Potential, auf das anfänglich geladen wurde, bei dem der Rückstand sich also zu bilden begann, abhängig, wie durch einige Messungen festgestellt wurde; die vorstehenden Curven (vgl. Figur) geben die Abfallsgeschwindigkeit dv/dt abhängig von v beigegebenem Anfangspotential; letzteres war bei Curve I 10 000 Volt, bei Curve II 6000 Volt. Aus den Curven kann man entnehmen, dass die Grösse dv/dt bei 5500 Volt z. B. mehr als dreimal so gross in Curve II als in Curve I ist, dass also der durch Rückstandsbildung hervorgerufene Potentialabfall den durch innere und Oberflächenleitung verursachten bei weitem an Grösse übertrifft.

Berlin, Physik. Institut d. Universität.

Ueber die Dispersion ultra-violetter Strahlen in Steinsalz und Sylvin; von F. F. Martens.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. März 1901.)
(Vgl. oben S. 25.)

---

1. Die bisher nicht untersuchten Brechungsexponenten von Steinsalz und Sylvin für ultraviolette Strahlen sind vom Verfasser auf photographischem Wege bestimmt und in vorliegender Arbeit mit den neubestimmten Werten für sichtbare Strahlen zusammengestellt worden.

2. Die Brechungsindices sind gemessen für eine Anzahl Linien in den Funkenspectren von Al, Au, Cd, Pb; die Wellenlänge der meisten Linien ist den dankenswerten neuen Untersuchungen der Herren Exner und Haschek[1]) entnommen. Ausserdem sind für die Messungen im sichtbaren Gebiete die Elemente H und Hg im Geisslerrohre, K, Li, Na in der Bunsenflamme zum Leuchten gebracht worden.

3. Zur Untersuchung gelangten zwei Steinsalzprismen, deren brechende Winkel 40° 4′ 27″ bez. 60° 9′ 23″ sind; ferner ein Sylvinprisma mit dem brechenden Winkel 38° 53′ 17″.

Die Indices n wurden berechnet[2]) aus dem bekannten Winkel α, unter welchem die vom Collimator kommenden Strahlen auf die erste Prismenfläche einfallen; dem Prismenwinkel φ und der Ablenkung δ der durch das Prisma gehenden Strahlen.

Für die Beobachtungen standen zwei Spectrometer zur Verfügung, ein grosses Instrument von Pistor & Martins mit 2″-Ablesung, ein kleineres von Schmidt & Haensch mit 10″-

---

1) F. Exner u. E. Haschek, Ultraviolette Funkenspectra der Elemente, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **106.** IIa. Cd p. 61—63; Al p. 61—66. 1897; **107.** IIa. Au p. 792—796. 1898.

2) Verfasser hat während der Drucklegung dieser Arbeit gefunden, dass Jos. Grailich in seiner gekrönten Preisschrift (Krystallographisch-optische Untersuchungen p. 21—23. Wien und Olmütz 1858) schon dieselbe Methode der Bestimmung von α und Berechnung von φ angegeben hat, welche Verfasser kürzlich neben anderen Methoden behandelt hat (Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **3.** p. 15—17. 1901). Uebrigens diente bei den Beobachtungen Grailich's ein entfernter Spalt als Lichtquelle; der heute übliche, viel bequemere Collimator ist noch nicht vorhanden.

Ablesung. Bei letzterem ist das Fernrohr durch eine photographische Camera ersetzt. Die Cassette mit der 3×4 cm grossen Trockenplatte wird seitlich in einen Schlitten eingeschoben; der Schlitten ist an der Camera derart befestigt, dass er mittels einer Schraube vertical bewegt werden kann. So konnten etwa 20 je 0,5 mm hohe Spectra auf einer Platte aufgenommen werden. Als Objective[1]) dienten zwei achromatische Quarz-Flussspatobjective. Der Spectrometertisch war so eingerichtet, dass die obere, justirbare Platte mit dem Prisma abgehoben und ohne weiteres genau in die alte Stellung gebracht werden konnte. — Zum Verschluss der Camera diente ein Deckel am Objectivende.

Die Prismenwinkel φ wurden stets mit beiden Instrumenten gemessen. Der Einfallswinkel α wurde gemessen, indem das Beobachtungsrohr zuerst auf das directe, dann auf das von der vorderen Prismenfläche reflectirte Spaltbild eingestellt wurde. Die Ablenkungen δ der ultravioletten Strahlen wurden in folgender Weise gemessen. Zunächst wurde das Prisma abgenommen und ein directes Spaltbild photographirt; dann wurde die Camera um den Winkel γ gedreht, das Prisma aufgesetzt und ein Spectrum aufgenommen. Ist S der Abstand der photographischen Platte vom hinteren Knotenpunkt des Objectives, x der auf der Teilmaschine gemessene Abstand einer Spectrallinie vom directen Spaltbild, so berechnet sich die Ablenkung dieser Linie

$$\delta = \gamma \pm \beta, \tag{1}$$

worin

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x}{S} \tag{2}$$

ist.

Wird die Camera zwischen zwei übereinanderliegenden Aufnahmen um den etwa 3° betragenden Winkel ε gedreht, sind x_1 bez. x_2 die Abstände derselben Linie vom directen Spaltbilde in beiden Aufnahmen, so berechnet sich

$$S = \frac{x_1 - x_2}{\operatorname{tg} \varepsilon} - \frac{x_1 \cdot x_2}{\frac{x_1 - x_2}{\operatorname{tg} \varepsilon}}. \tag{3}$$

1) Für die leihweise Ueberlassung der schönen Objective spricht Verfasser Hrn. Dr. H. Th. Simon seinen verbindlichsten Dank aus. Ueber die Construction der Objective vgl. H. Th. Simon, Wied. Ann. **53**. p. 544—546. 1894.

Die x sind positiv zu nehmen, wenn sie nach der einen Seite, negativ, wenn sie nach der anderen Seite des Spaltbildes hin liegen.

Die Spectra der Steinsalzprismen wurden alle auf fast kornlosen, sogenannten Kupferdruckplatten von GEBHARDT-Berlin aufgenommen. Beim Sylvin konnten die brechbarsten Linien nur mit Hülfe der neuen ultraviolettempfindlichen Platte von Hrn. V. SCHUMANN[1]) hinreichend kräftig erhalten werden.

4. Die erhaltenen Resultate sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt. Beim Steinsalz sind die Strahlen von 185 bis 208 nur in dem 40°-Prisma untersucht; für die übrigen Strahlen sind die Mittelwerte aus den für beide Prismen gefundenen Exponenten angegeben; diese weichen bis zu 11 Einheiten, im Mittel um 4 Einheiten der fünften Decimale voneinander ab.

Bei beiden Substanzen fällt die ausserordentlich grosse Dispersion auf. So beträgt für die sichtbaren und die äussersten ultravioletten Strahlen die Differenz der Minimalablenkungen bei einem Steinsalzprisma von 60° nicht weniger als 40°, bei einem solchen Flussspatprisma nur 6°. Steinsalzprismen mit einem brechenden Winkel von 30—40° sind daher für Spectrographen vorzüglich geeignet.

Das Sylvinprisma zeigt die Eigentümlichkeit, Strahlen von 193 $\mu\mu$ viel stärker zu absorbiren, als die benachbarten mehr und weniger brechbaren Strahlen. Aehnliche Absorptionsstreifen fand Hr. RUBENS[2]) bei 3,23 μ und bei 7,23 μ.

Die reciproke relative Dispersion

$$\gamma = \frac{n_{589} - 1}{n_{486} - n_{656}}$$

beträgt für Steinsalz 42,8; für Sylvin 44,0.

---

1) Für die Uebersendung von acht Stück der schönen neuen Platten bin ich Hrn. Dr. SCHUMANN zu grossem Danke verpflichtet.

2) H. RUBENS, Wied. Ann. **53.** p. 285. 1894. Ueber die Dispersion ultraroter Strahlen im Steinsalz vgl.: H. RUBENS, Wied. Ann. **54.** p. 482. 1895; H. RUBENS u. A. TROWBRIDGE, Wied. Ann. **60.** p. 733. 1897; H. RUBENS u. E. F. NICHOLS, Wied. Ann. **60.** p. 451. 1897; im Sylvin: A. TROWBRIDGE, Wied. Ann. **65.** p. 612 u. 613. 1898; H. RUBENS u. A. TROWBRIDGE, Wied. Ann. **60.** p. 733. 1897; H. RUBENS u. E. F. NICHOLS, Wied. Ann. **60.** p. 451. 1897.

Tabelle. $t = 18^0$ C.

Element	Wellenlänge in $\mu\mu$	Indices von Steinsalz	Indices von Sylvin
Al	185,22	1,89332	1,82704
Al	186,02	1,88558	1,81847
Al	193,35	1,82809	absorbirt
Au	197,76	1,80254	1,73114
Al	198,81	1,79580	1,72432
Au	200,09	1,79016	1,71864
Au	204,470	1,76948	1,69811
Au	208,216	1,75413	1,68302
Au	211,078	1,74355	1,67275
Cd	214,45	1,73221	1,66182
Cd	219,46	1,71711	1,64739
Cd	224,00	1,70517	1,63606
Cd	231,29	1,68840	1,62037
Au	242,810	1,66699	1,60041
Au	250,333	1,65541	1,58973
Cd	257,317	1,64604	1,58119
Al	263,20	1,63904	1,57477
Au	267,610	1,63417	1,57038
Cd	274,871	1,62687	1,56380
Al	281,640	1,62083	1,55830
Au	291,368	1,61309	1,55134
Al	308,227	1,60187	1,54130
Au	312,280	1,59954	1,53920
Cd	340,358	1,58601	1,52720
Al	358,702	1,57916	1,52109
Al	394,415	1,56889	1,51213
H	410,185	1,56525	1,50901
H	434,066	1,56067	1,50497
Cd	441,587	1,55947	1,50384
Cd	467,832	1,55553	1,50038
H	486,149	1,55317	1,49835
Cd	508,606	1,55071	1,49614
Cd	533,83	1,54828	1,49404
Hg	546,097	1,54724	1,49313
Pb	560,70	1,54607	1,49212
Na	589,31	1,54413	1,49038
Au	627,837	1,54185	1,48841
Cd	643,88	1,54105	1,48771
H	656,304	1,54047	1,48721
Li	670,82	1,53982	1,48663
K	768,24	1,53644	1,48374

5. Die Herren RUBENS und ASCHKINASS[1]) haben nach der Methode der Reststrahlen für Steinsalz und Sylvin die Lage der Streifen metallischer Reflexion im Ultrarot bestimmt. Die Wellenlänge λ'' dieser Streifen ist gegen die Wellenlänge λ, wenn λ im sichtbaren oder ultravioletten Spectralgebiet liegt, so gross, dass $\lambda''^2 - \lambda^2$ unbedenklich als constant angesehen werden kann. Für die genannten λ nimmt daher die KETTELER-HELMHOLTZ'sche Dispersionsformel die einfache Form an:

$$n^2 = b^2 + \frac{M'}{\lambda^2 - \lambda'^2}; \tag{4}$$

λ' ist die Wellenlänge des ultravioletten Streifens metallischer Reflexion; Verf. hat λ' aus den vorliegenden Werten des Brechungsexponenten n berechnet. Demnach ergeben sich für Steinsalz und Sylvin folgende beobachtete bez. berechnete Streifen metallischer Reflexion:

	Steinsalz	Sylvin
im Ultrarot	51,4 μ	61,1 μ
im Ultraviolett	0,146 μ	0,152 μ

KETTELER berechnete für Steinsalz und Sylvin die Werte 0,127 und 0,161 μ; die Uebereinstimmung erscheint beträchtlich, wenn man bedenkt, dass KETTELER nur die Exponenten für das sichtbare Spectralgebiet kannte.

6. Eine Vergleichung der aus der Dispersionsformel berechneten Werte mit den experimentell bestimmten Brechungsexponenten hat der Verf. namentlich aus folgendem Grunde vorläufig unterlassen. Die Wellenlängen der brechbarsten Linien von etwa 204,47 an bis 185,22 sind nicht hinreichend sicher; aus den Unterschieden der berechneten und beobachteten Brechungsexponenten folgt, dass die von CORNU[2]) bestimmten Wellenlängen 193,35 und 198,81 um etwa 0,2 $\mu\mu$ vergrössert werden müssen, wenn die brechbarsten Au-Linien von EXNER und HASCHEK richtig gemessen sind. Es ist daher erwünscht, dass recht bald die Wellenlänge der brechbarsten Linien von Al und Au neu bestimmt wird.

---

1) H. RUBENS u. E. ASCHKINASS, Wied. Ann. **65**. p. 241—256. 1898.

2) A. CORNU, Wellenlängen der brechbarsten Strahlen von Mg, Cd, Zn, Al, Journ. de phys. (1) **10**. p. 425—431. 1881.

Temperaturbestimmung hocherhitzter Körper (Glühlampe etc.) auf bolometrischem und photometrischem Wege;
von O. Lummer und E. Pringsheim.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 1. März 1901.)

(Vgl. oben S. 23.)

Durch spectrobolometrische Untersuchungen hatten wir gefunden[1]), dass sowohl für den schwarzen Körper wie für das blanke Platin die Gleichung gilt:

$$\lambda_m T = \text{const.}, \tag{1}$$

wo λ_m die Wellenlänge bedeutet, bei der die Energiecurve für die absolute Temperatur T ihr Maximum hat. Der Wert der Constanten ist für den schwarzen Körper 2940 und für das blanke Platin 2630. Hat man also aus einer Energiecurve den Wert von λ_m bestimmt, so folgt die zugehörige Temperatur

$$T = \frac{2940}{\lambda_m} \quad \text{bez.} \quad \frac{2630}{\lambda_m},$$

je nachdem der strahlende Körper der schwarze oder blankes Platin ist.

Auf diese Beziehungen haben wir eine Methode der Temperaturbestimmung gegründet, welche für alle Körper anwendbar ist, deren Strahlungseigenschaften zwischen denen des Platins und des schwarzen Körpers liegen.

Man bestimmt für den Körper die der unbekannten Temperatur zugehörige Energiecurve und aus ihr die Lage λ_m des Maximums. Die gesuchte Temperatur liegt dann zwischen den Grenzwerten:

$$T_{\max} = \frac{2940}{\lambda_m} \quad \text{und} \quad T_{\min} = \frac{2630}{\lambda_m},$$

---

1) O. Lummer und E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutschen Physikal. Gesellsch. 1. p. 23—41 u. p. 215—235. 1899; 2. p. 163—180. 1900.

Unter der Voraussetzung, dass die Kohle, die in der Nernstlampe und im Auerstrumpf glühenden Substanzen der genannten Klasse Platin–Schwarzer Körper angehören, erhielten wir so die folgenden Werte:

Tabelle I.

	λ_m	T_{max}	T_{min}
Bogenlampe	0,7 μ	4200° abs.	3750° abs.
Nernstlampe	1,2	2450	2200
Gasglühlicht	1,2	2450	2200
Glühlampe	1,4	2100	1875
Kerze	1,5	1960	1750
Argandlampe	1,55	1900	1700

Diese Angaben beziehen sich auf normale Glühzustände.

Die Nernstlampe und eine starkfadige Glühlampe haben wir auch bei anderen Glühzuständen untersucht, welche durch die Stromstärke und Spannung definirt und festgehalten waren.

Bei allen untersuchten Lichtquellen zeigt die Form der Energiecurve eine grosse Annäherung an die des schwarzen Körpers.

Als Beispiel hierfür ist in Fig. 1 die beobachtete und die theoretisch berechnete Curve[1]) für einen gewissen Glühzustand der Nernstlampe und der starkfadigen Glühlampe nebeneinander eingetragen. Da, wo bei letzterer die beobachtete Curve unter die theoretische sinkt, setzt die Absorption der Glashülle ein, wie besondere Versuche gezeigt haben.

In dem bisher untersuchten Wellenlängengebiet sind nach diesen Versuchen die in den angeführten Lichtquellen leuchtenden Substanzen mit grosser Wahrscheinlichkeit zur Klasse Platin—Schwarzer Körper zu rechnen.

Zwar liegen die Grenzwerte dieser Temperaturbestimmung ziemlich weit auseinander; dafür ist aber auch die Wahrscheinlichkeit sehr gross, dass sie den wahren Wert einschliessen.

1) Diese Curven sind vor etwa $1^1/_2$ Jahren beobachtet und nach der Wien'schen Spectralgleichung' berechnet, welche bei der Kleinheit der vorkommenden Producte $\lambda\, T$ für diesen Zweck beibehalten werden kann. Noch besser würde sich die theoretische Curve zumal beim absteigenden Aste der beobachteten anschmiegen, wenn man sie z. B. nach der Planck'schen Formel berechnet hätte. (Vgl. p. 39.)

Die Fehlergrenze würde eine kleinere werden, sobald man wüsste, ob der untersuchte Körper in seinen Strahlungseigenschaften mehr dem schwarzen Körper oder dem blanken Platin ähnelt. Wir haben einige Methoden angegeben, welche auch diese schwierige Frage zu entscheiden geeignet sein dürften.

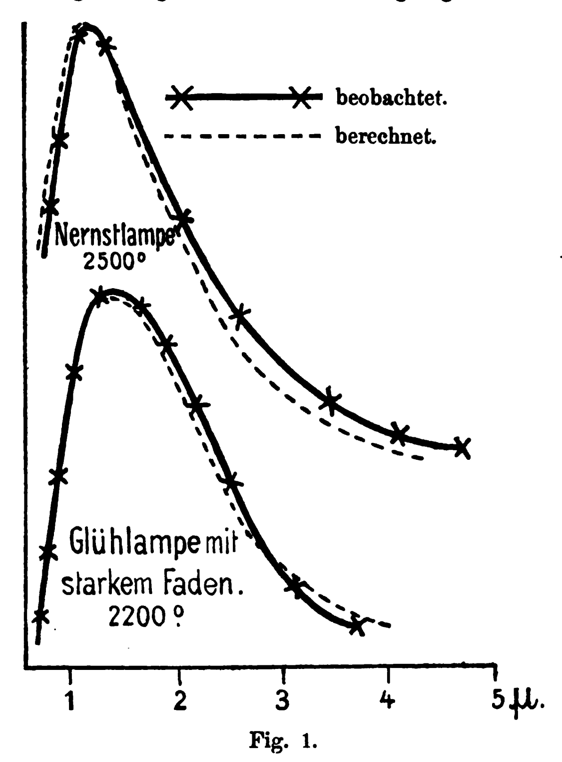


Fig. 1.

Aber auch ohne die Schwärze der Strahlungskörper zu kennen, kann man in manchen Fällen die Fehlergrenze verkleinern durch Anwendung einer rein photometrischen Methode der Temperaturbestimmung. Diese von Becquerel, Crova und Le Chatelier[1]) eingeführte Methode ist von H. Wanner[2]) unter Zugrundelegung der Isochromaten des schwarzen Körpers zur Temperaturbestimmung der Bogenlampe und der Zirkonlampe verwertet worden. Wanner bestimmt diese Isochro-

---

1) Le Chatelier u. Boudouard, Températures élevées, Paris 1900.
2) H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 141—157. 1900.

maten für die sichtbaren Wellen und extrapolirt sie, als ob die WIEN'sche Spectralgleichung:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}}} \tag{2}$$

die schwarze Strahlung vollkommen darstelle. Als Stütze für diese Annahme dienten ihm die spectrobolometrischen Versuche von F. PASCHEN[1]), welcher erwiesen zu haben glaubte, dass die WIEN'sche Spectralgleichung innerhalb der Wellenlängen von 0,7 μ bis 9,2 μ und im Temperaturbereich von 400° bis 1600° abs. gültig ist. Nach Gleichung (2) müssten die Isochromaten für alle Wellenlängen vollkommen gerade Linien sein, falls man sie in folgender Form aufträgt:

$$\log E = f(1/T).$$

Im Gegensatz hierzu zeigten unsere spectrobolometrischen Versuche, dass die WIEN'sche Gleichung nicht allgemein gültig ist. Wir fanden vielmehr, dass die Isochromaten gekrümmte Linien sind. Auf Grund unserer Versuche und in Anlehnung an seine Theorie hat neuerdings M. PLANCK[2]) die Spectralgleichung WIEN's durch die folgende ersetzt:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}, \tag{3}$$

welche den Verlauf der gekrümmten Isochromaten, soweit es sich um die einwandsfreien Beobachtungen handelt[3]), gut wiedergiebt und auch unsere Energiecurven bedeutend besser darstellt als die WIEN'sche Gleichung.

Daher ist zu erwarten, dass die PLANCK'sche Gleichung, auch wenn man sie über den erwiesenen Gültigkeitsbereich hinaus extrapolirt, richtigere Resultate ergeben wird als die WIEN'sche. Dieser Gültigkeitsbereich ist aber nicht begrenzt durch die Werte von λ und T, auf welche sich die Beobach-

1) F. PASCHEN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 405—420. 1899 und p. 959—976. 1899. Neuerdings findet auch PASCHEN (Ann. d. Phys. 4. p. 277—298. 1901), dass die WIEN'sche Gleichung nicht allgemein gültig ist. Seine Arbeiten werden wir an anderem Orte näher beleuchten.

2) M. PLANCK, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 2. p. 202 bis 204 u. p. 237—245. 1900; Ann. d. Phys. 4. p. 553—563. 1901.

3) Vgl. auch H. RUBENS und F. KURLBAUM, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 929—941. 1900.

tungen beziehen, sondern allein das Product λT ist hierfür massgebend. Dies folgt aus dem BOLTZMANN-WIEN'schen Gesetz:

$$E = T^5 \varphi(\lambda . T), \tag{4}$$

welches man als experimentell und theoretisch[1]) wohlbegründet ansehen kann. Der Gültigkeitsbereich der WIEN'schen Spectralgleichung ist nach unseren Versuchen ein sehr kleiner. An allen Stellen, wo das Product λT den Wert 3000 überschreitet, haben wir merkbare Abweichungen von dieser Gleichung beobachten können. Diese betragen für $\lambda T = 3000$ nahe 1 Proc. und steigen bei den höchsten von uns erreichten Producten bis auf mehr als 50 Proc. an.

Was nun das sichtbare Gebiet anlangt, so liegen hier noch keine spectrobolometrischen Versuche vor. Nimmt man aber an, dass das Gesetz (4) auch für die sichtbaren Wellen gilt, so kann man schliessen, dass für sie die PLANCK'sche Gleichung bis zu den höchsten Temperaturen anwendbar ist. Aber auch die WIEN'sche Gleichung wird hier noch bis zu etwa 6000^0 anwendbar sein, da für $\lambda = 0{,}6\ \mu$ das Product λT erst für $T = 5000^0$ den Wert 3000 erreicht.

Damit stehen die photometrischen Versuche von PASCHEN und WANNER[2]) in guter Uebereinstimmung. Die von ihnen spectralphotometrisch beobachteten „schwarzen" Isochromaten folgen vollkommen der WIEN'schen Formel.

Da aber der von PASCHEN und WANNER benutzte schwarze Körper nicht einwandfrei ist, denn nur so sind die grossen Fehler der PASCHEN'schen Beobachtungen im unsichtbaren Gebiet begreiflich, so hielten wir es für geboten, diese photometrischen Messungen mit dem von uns bisher benutzten elektrisch geglühten schwarzen Körper zu wiederholen.

Die Versuchsanordnung war folgende. Vor dem einen Spalt des LUMMER-BRODHUN'schen Spectralphotometers[3]) befand

---

1) L. BOLTZMANN, Wied. Ann. 22. p. 31 u. 291—294. 1884; W. WIEN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin. p. 55—62. 1893; Wied. Ann. 52. p. 132—165. 1894; M. THIESEN, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 2. p. 67. 1900.

2) F. PASCHEN und H. WANNER, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 5—11. 1899; H. WANNER, l. c.

3) O. LUMMER und E. BRODHUN, Zeitschr. f. Instrumentenk. 12. p. 133—140. 1892.

sich der elektrisch geglühte schwarze Körper[1]), vor dem anderen eine matt geschliffene Glasplatte, welche fest verbunden war mit einer auf constanter Stromstärke gehaltenen Glühlampe. Beide Spalte hatten stets gleiche Breite, während der

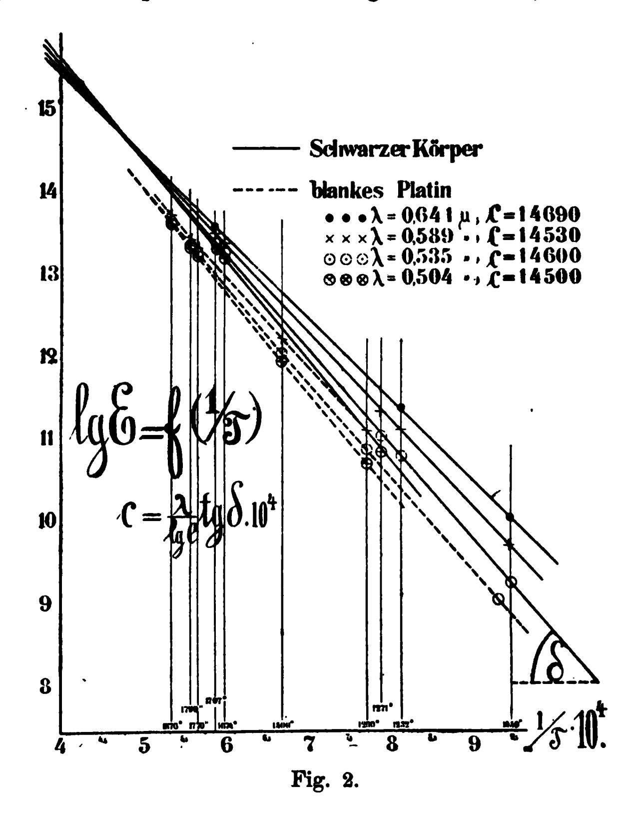


Fig. 2.

Ocularspalt als Basis der abbildenden Strahlenbüschel der jeweiligen Helligkeit angepasst wurde. Vor beiden befanden sich fest mit ihnen verbundene Behälter, in welche Rauchgläser eingeschoben werden konnten. Ausserdem war das eine Collimatorrohr mit einem rotirenden Sector[2]) versehen, welcher

1) O. Lummer und F. Kurlbaum, Verhandl. der Phys. Gesellsch. zu Berlin. 17. p. 106—111. 1898.

2) O. Lummer und E. Brodhun, Zeitschr. f. Instrumentenk. 16. p. 299—307. 1896.

Schwächungen im Verhältnis von 100 zu 1 zu messen erlaubte. Die Grösse des Sectors konnte während der Rotation verändert und abgelesen werden[1]; die photometrische Einstellung (auf gleichen Contrast) erfolgte stets mittels des Sectors. Auch die Absorption der einzelnen Rauchgläser für die benutzten Wellenlängen wurde mit Hülfe dieses Sectors bestimmt.

Die so erhaltenen Resultate sind in der Fig. 2 eingetragen, in welcher die Ordinaten $\log E$ und die Abscissen $1/T$ darstellen.

Aus ihr erkennt man, dass für den schwarzen Körper diese Isochromaten gerade Linien sind. Berechnet man aus ihnen den Wert der Exponentialconstanten c der PLANCK'schen Spectralgleichung, so erhält man folgende Zahlen:

Tabelle II.

λ	0,504 μ	0,535 μ	0,589 μ	0,641 μ
c	14500	14600	14530	14690

Es ist c also thatsächlich eine Constante. Ihr Wert muss ausserdem der Bedingung gehorchen:

$$c = 4{,}965\,\lambda_m\,T.$$

Nach unseren spectrobolometrischen Versuchen ist $\lambda_m\,T = 2940$ also müsste gelten:

$$c = 4{,}965\,.\,2940 = 14600\,.$$

Da der Mittelwert der photometrisch bestimmten c gleich 14580 ist, so muss die Uebereinstimmung als eine vorzügliche bezeichnet werden.

Nach der WIEN'schen Gleichung müsste $c = 5\,\lambda_m\,T$ sein, also gleich 14700. Die Uebereinstimmung dieser Zahl mit der beobachteten zeigt wiederum, dass die WIEN'sche Spectralgleichung immer dann gilt, wenn das Product $\lambda\,T$ den Wert 3000 nicht überschreitet.

---

1) E. BRODHUN, Zeitschr. f. Instrumentenk. 17. p. 10—14. 1897.

Im sichtbaren Gebiet ist es für alle vorkommenden irdischen Temperaturen also fast ganz gleichgültig, ob man die Planck'sche oder die Wien'sche Spectralgleichung benutzt.

Hierdurch ist für uns die Grundlage der photometrischen Temperaturbestimmung unter Benutzung der „schwarzen“ Isochromaten sicher gestellt.

Man ersetzt in der beschriebenen Versuchsanordnung den schwarzen Körper durch die zu untersuchende Lichtquelle und beobachtet cet. par. die photometrische Intensität für die oben angegebenen Wellenlängen. Die Logarithmen dieser Intensitäten trägt man als Ordinaten in die zugehörigen, genügend verlängerten Isochromaten der schwarzen Strahlung ein und erhält so für jede Wellenlänge eine gewisse Temperatur.

Diese Temperaturen würden für alle Wellenlängen einander gleich sein und mit der wahren Temperatur der Lichtquelle übereinstimmen, falls der in ihr glühende Körper ein vollkommen schwarzer ist. Wendet man diese Methode auf nichtschwarze Körper an, so erhält man notwendig zu niedrige Temperaturangaben.

Um ein Urteil über die Fehlergrenze dieser Methode zu gewinnen, haben wir auch hier das blanke Platin dem schwarzen Körper gegenübergestellt. Als Strahlungsquelle diente ein ringsum geschlossener Platinkasten[1]), in dessen Inneres ein Le Chatelier'sches Thermoelement isolirt eingeführt war. Die Temperatur des strahlenden Platins konnte also direct gemessen werden. Die so gefundenen Isochromaten sind in Fig. 2 als punktirte Linien eingetragen. Die Temperatur wurde ausserdem nach der oben angegebenen Methode mit Hülfe der „schwarzen“ Isochromaten berechnet, wobei richtige Werte nur zu erwarten wären, falls die Strahlung des blanken Platins mit der des schwarzen Körpers übereinstimmen würde. Die direct beobachteten und die berechneten Temperaturen sind in Tab. III für eine relativ niedrige und für die höchste beobachtete Temperatur angegeben.

---

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verhandl. d. Phys. Gesellsch. zu Berlin 17. p 106. 1898.

Tabelle III.

$T_{beob.} = 1100^0$ abs.

λ	0,641	0,589	0,535	0,504
$T_{ber.}$	1051^0	1055^0	1058^0	1068^0
$T_{beob.} - T_{ber.}$	49	45	42	32

$T_{beob.} = 1876^0$ abs.

λ	0,641	0,589	0,535	0,504
$T_{ber.}$	1748^0	1770^0	1767^0	1773^0
$T_{beob.} - T_{ber.}$	128	106	109	103

Innerhalb der einzelnen Reihen weichen die berechneten Werte nur wenig voneinander ab. Aus der guten Uebereinstimmung der aus verschiedenen Wellenlängen berechneten Temperaturen darf demnach nicht geschlossen werden, dass der untersuchte Leuchtkörper schwarz ist. Diesen Trugschluss begeht WANNER. Er beobachtete nach dieser Methode die Bogenlampe und die Zirkonlampe und fand, dass die verschiedenen von ihm gewählten Wellenlängen nahe gleiche Temperatur ergaben. Daraus schloss er, dass auch Zirkon ein nahe schwarzer Körper sei. Man würde so nach unseren Versuchen zu der Folgerung verleitet werden, dass blankes Platin ein schwarzer Körper sei, obwohl die Energie des blanken Platins an keiner Stelle der beobachteten Isochromaten die Hälfte derjenigen des schwarzen Körpers erreicht.

Dass diese Methode selbst für einen so wenig schwarzen Körper annähernd richtige Werte liefert, liegt lediglich an dem ausserordentlich schnellen Fortschreiten der photometrischen Helligkeit mit der Temperatur. So tritt z. B. für die Wellenlänge 0,589 μ schon eine Verdoppelung der Helligkeit des schwarzen Körpers ein, wenn die Temperatur von 1800^0 auf 1875^0 abs. steigt.

Dieses Fortschreiten ist beim Platin noch grösser als beim schwarzen Körper. Die isochromatischen Curven von Platin

verlaufen nämlich eher steiler als die schwarzen Isochromaten und erweisen sich bei genauerer Prüfung, zumal bei den hohen Temperaturen, ein wenig gekrümmt, und zwar convex zur $1/T$ Axe. Bei höheren Temperaturen sind demnach kleinere Fehler der photometrischen Temperaturbestimmung zu erwarten, als bei niedrigen.

Die Fehler dieser Temperaturbestimmung werden bei allen anderen Körpern der Klasse Platin–Schwarzer Körper notwendig kleiner sein als beim Platin. So wird man z. B. für Kohle erwarten dürfen auf diese Weise einen Minimalwert der Temperatur zu erhalten, welcher dem richtigen Werte sehr nahe liegt.

Wir haben daher dieselbe starkfadige Glühlampe, deren Temperatur wir früher bei verschiedenen Glühzuständen nach unserer spectrobolometrischen Methode bestimmt hatten, auch spectrophotometrisch untersucht. In der Tab. IV sind die Resultate beider Methoden für einige Glühzustände nebeneinandergestellt.

Tabelle IV.

Glühzustand	Spectralphotometer		Spectralbolometer	
	Wellenlänge	T	T_{max}	T_{min}
9,46 Amp. 12,5 Volt	0,641	1754° abs.	1840° abs.	1640° abs.
	0,589	1760		
	0,535	1760		
	0,504	1760		
	Mittel:	1759° abs.		
12,87 Amp. 16,3 Volt	0,641	2058° abs.	2100° abs.	1879° abs.
	0,589	1996		
	0,535	2058		
	Mittel:	2037° abs.		
15,12 Amp. 20,0 Volt	0,641	2213° abs.	2300° abs.	2055° abs.
	0,535	2188		
	0,504	2169		
	Mittel:	2190° abs.		

Bei allen photometrisch erhaltenen Temperaturen ist die Lichtschwächung durch die Glashülle der Glühlampe nicht in Rechnung gezogen, da die anderen Fehler, welche durch das ungleichmässige Glühen des dicken Kohlefadens und somit durch die Stellung der Lampe hervorgerufen werden, viel grösser sind. Würde man wegen dieser Lichtverluste die beobachteten photometrischen Intensitäten um 9 Proc. erhöhen, so würden alle diese Werte sich nur um etwa 10 Grad erhöhen. Man sieht daraus, dass es sehr wenig auf die Genauigkeit der Photometrie ankommt.

Da man über die Schwärze der Glühlampenkohle nichts weiss, so kann man mit Sicherheit nur aussagen, dass die wahre Temperatur zwischen dem bolometrisch bestimmten Werte T_{max} und dem photometrischen Mittelwerte liegt. Nimmt man die Mittel aus diesen beiden Werten, so kann man sicher sein, keinen Fehler grösser als 35°, 27° und 50° gemacht zu haben.

Bei genauerer Betrachtung der Fig. 2 dürfte es auffallen, dass sich die verlängerten schwarzen Isochromaten nahezu in einem Punkte schneiden. Falls die bei der Gewinnung der Isochromaten benutzte Vergleichslichtquelle ein schwarzer oder auch nur ein grauer Körper ist, müssen sich die Isochromaten notwendig in einem Punkte kreuzen, und zwar an derjenigen Stelle, welche der Temperatur der Vergleichslichtquelle zukommt. Da bei unseren Versuchen noch die freilich geringen selectiven Einflüsse der Mattscheibe mitwirken, so wollen wir aus der erwähnten Thatsache noch keine endgültigen Schlüsse auf die Schwärze und Temperatur der benutzten Vergleichsglühlampe ziehen. Vielleicht aber dürfte hieraus eine neue Methode der Temperaturbestimmung sich entwickeln lassen, welche auch anwendbar wäre in allen den Fällen, wo die beschriebene Methode Schwierigkeiten begegnet. Es wäre dies z. B. beim Auer'schen Gasglühlicht der Fall, wo bei der oben beschriebenen Methode ausser der photometrischen Messung noch eine Ausmessung der Dimensionen notwendig ist.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 29. März 1901.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **C. L. Weber** entwickelte

einen Vorschlag zu der Aufgabe Compassablesungen zu übertragen.

Hr. **W. Jaeger** sprach dann

zur Thermochemie der Normalelemente mit verdünnter Lösung.

Als Mitglied in die Gesellschaft wurde aufgenommen:

Hr. Dr. W. Leick, Gross-Lichterfelde.

Beitrag zur Thermochemie der Normalelemente mit verdünnter Lösung;
von W. Jaeger.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 29. März 1901.)

(Vgl. oben S. 47.)

In seinen Arbeiten über die Thermodynamik der Normalelemente[1]) hat Hr. E. Cohen gezeigt, in welcher Weise die Berechnung der Lösungswärme bei Elementen durchgeführt werden muss, wenn Hydrate als Bodenkörper des Elektrolytes vorhanden sind. Es ergab sich dabei, dass die von der Reichsanstalt aufgestellten Temperaturformeln für das stabile und das metastabile Clarkelement, sowie für das Weston'sche Cadmiumelement mit concentrirter Lösung, die zum Teil auch von anderer Seite bestätigt sind, sich in guter Uebereinstimmung befinden mit den thermochemischen Daten von Thomsen und anderen Beobachtern für die Bildungswärmen und Lösungswärmen der betreffenden Salze.

Diese Berechnung lässt sich auch in etwas anderer Weise ausführen, die für die im Folgenden angestellten Betrachtungen gewisse Vorteile bietet. Durch Messungen an Elementen mit einem verdünnten Elektrolyt, der bei einer bestimmten Temperatur gesättigt wird, kann man dann die Lösungswärme des betreffenden Salzes bei der dieser Temperatur entsprechenden Concentration, sowie die Löslichkeit desselben für diese Temperatur berechnen. Umgekehrt kann man auch aus den verschiedenen Lösungswärmen etc., ohne Kenntnis der Dampfspannungen der Lösungen, die Temperaturcurve der Elemente mit verdünnter Lösung aus derjenigen eines Elementes mit gesättigter Lösung und mit einem festen Hydrat als Bodenkörper berechnen. Von praktischer Bedeutung ist diese Frage besonders für die von der Weston-Co. ausgegebenen Cadmium-

---

1) E. Cohen, Zeitschr. f. physik. Chem. **34.** p. 62 u. 612. 1900.

elemente, welche bekanntlich eine bei $+4^0$ gesättigte Lösung von Cadmiumsulfat ohne Gegenwart eines festen Bodenkörpers enthalten.

Denkt man sich zwei Elemente gegeneinander geschaltet, von denen das eine einen gesättigten Elektrolyt mit einem Hydrat als Bodenkörper enthält, das andere dagegen einen bei einer bestimmten Temperatur T_0 gesättigten Elektrolyt ohne Bodenkörper, so unterscheiden sich die chemischen Energien derselben nur durch die betreffenden Lösungswärmen. Bezeichnet man die Lösungswärmen mit l und versieht die Werte für das Element mit Bodenkörper mit dem Index c, diejenigen des anderen mit v, so erhält man aus der bekannten HELMHOLTZ'schen Gleichung:

$$(1) \qquad \frac{l_c - l_v}{46\,000} = E_c - E_v - T\left[\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_c - \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v\right].$$

Hierin sind E die elektromotorischen Kräfte in Volt, T die absoluten Temperaturen; die Lösungswärmen (in Grammcalorien) sind auf das Grammmolecül bezogen. Am Durchschnittspunkt der Temperaturcurven beider Elemente ($T = T_0$) ist $E_c = E_v$ und man kann die Differenz der Lösungswärmen aus der Differenz der Temperaturcoefficienten berechnen.

Unter Benutzung der von Hrn. COHEN (l. c.) aufgestellten Betrachtungen ist nun zu setzen

$$(2) \qquad l_c = \frac{A}{A-n} H - \frac{n}{A-n} l,$$

wenn H die Bildungswärme des betreffenden Hydrats von n Molecülen Wasser bedeutet, A die Anzahl Molecüle Wasser, welche in der gesättigten Lösung bei der Temperatur T_0 mit einem Molecül des Anhydrids verbunden sind. Wenn nämlich durch den Strom 1 Grammmolecül des Anhydrids gebildet werden, so entzieht dies der Lösung n Molecüle Wasser zur Hydratbildung, sodass noch $n/(A-n)$ Molecüle Hydrat auszukrystallisiren gezwungen werden. Ferner ist noch l die Lösungswärme von 1 Grammmolecül des Anhydrids in einer unendlich grossen Menge der Lösung, welche 1 Molecül Anhydrid auf A Molecüle Wasser enthält. Bei der Temperatur T_0, bei der die Elektrolyte beider Lösungen gesättigt sind, ist l und l_v

dieselbe Grösse, man erhält also aus Gleichung (1) die folgende Beziehung:

$$(3) \qquad \frac{A}{A-n}\left(\frac{H-l}{46000}\right) = T_0\left[\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v - \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_c\right].$$

Die Grösse $l - H$ ist aber die Lösungswärme des betreffenden Hydrats; diese Lösungswärme kann man also aus Gleichung (3) berechnen. Dieselbe muss nach der Gleichung negativ sein, wenn die Concentration der Lösung mit der Temperatur wächst.

Andererseits folgt aus der HELMHOLTZ'schen Gleichung:

$$46000\left(\frac{\partial^2 E}{\partial T^2}\right) = -\frac{1}{T}\cdot\frac{\partial Q}{\partial T},$$

wenn Q die chemische Gesamtenergie bedeutet. Bei einem Element mit verdünnter Lösung ist $\partial Q / \partial T$ in weiten Grenzen Null, sodass also die elektromotorische Kraft eines solchen Elementes eine lineare Function der Temperatur sein muss; dies hat sich auch in weiten Temperaturgrenzen bestätigt. Eine Abweichung vom geradlinigen Verlauf würde heissen, dass die Bildungswärmen und Lösungswärmen von der Temperatur abhängen.

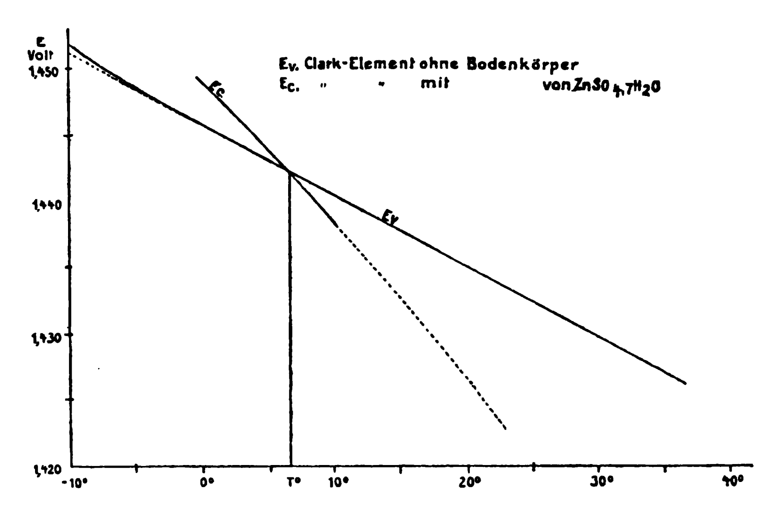
Ich habe nun ein Clarkelement hergestellt, dessen Elektrolyt eine durch Analyse bestimmte Concentration von 45,36 g $ZnSO_4$ auf 100 g Wasser enthielt. Nach den Messungen von COHEN entspricht diese Concentration einer bei etwa $+6,4^0$ gesättigten Lösung.

Die elektromotorische Kraft dieses Elementes wurde zwischen -10^0 und $+40^0$ gemessen, wobei auch in der tiefen Temperatur keine Auskrystallisation erfolgte. Erst nach Einbringen einer Spur eines Zinksulfatkrystalles schieden sich nach längerer Zeit Krystalle aus und das Element verhielt sich nun auch oberhalb des Sättigungspunktes wie ein normales Clarkelement. Der Durchschnittspunkt der so erhaltenen Curven liegt bei $+6,75^0$ und entspricht der elektromotorischen Kraft von 1,44220 Volt. Es ist notwendig, den Durchschnittspunkt an demselben Element auf diese Weise zu bestimmen, da verschiedene Elemente individuelle Abweichungen zeigen, sodass der Durchschnittspunkt der elektromotorischen Kraft verschiedener Elemente nicht richtige Werte zu liefern braucht.

In der folgenden Figur entsprechen die ausgezogenen Linien den Beobachtungen, die punktirten Linien den beiden Formeln:

$$(4)\quad \begin{cases} E_v = 1{,}44220 - 0{,}0005300\,(t - 6{,}75^0) \quad \text{(geradlinig)} \\ E_c = 1{,}43280 - 0{,}00119\,(t-15^0) - 0{,}000007\,(t-15^0)^2. \end{cases}$$ [1]

Die Temperaturcurve für das Element mit verdünnter Lösung (E_v) ist von 0 bis nahe 40^0 geradlinig, nur in der Nähe von -10^0 zeigen sich Abweichungen von geradlinigem



Verlauf; diese können aber auch damit zusammenhängen, dass die Auskrystallisation des Hydrats schon begonnen hatte, was auch mit dem Sinn der Abweichung übereinstimmen würde. Daher kann man hieraus noch nicht mit Bestimmtheit schliessen, dass die Bildungs- und Lösungswärmen an dieser Stelle einen anderen Wert haben, als in dem übrigen Temperaturverlauf.

Um aus diesen Temperaturformeln (4) die Lösungswärmen des Heptahydrats des Zinksulfats zu berechnen, ist in Gleichung (3) zu setzen $A = 19{,}77$ (nach der Analyse des Elektrolyts), $n = 7$ (da das Hydrat $ZnSO_4\ 7\,H_2O$ ist), $T = 279{,}75^0$.

Man erhält also für die Lösungswärme des Heptahydrats (in einer Lösung von 1 Molecül $ZnSO_4$ auf 19,77 Molecüle

1) Vgl. W. Jaeger u. K. Kahle, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 161. 1898; Wied. Ann. 65. p. 926. 1898.

Wasser) $-(H-l)=-4527$ Cal. Da nach THOMSEN für das Heptahydrat des Zinksulfats die Hydratwärme $=22690$ Cal. ist, so ergiebt sich die Lösungswärme des Anhydrids ($ZnSO_4$) $l=18160$ Cal. für $A=19,77$ ($t=6,75^0$).

Nach Gleichung (2) folgt dann weiter

$$l_c = \frac{A}{A-7} H - \frac{7}{A-7} l = 25170 \text{ Cal.}$$

für ein Element mit Heptahydrat des Zinksulfats bei $6,75^0$. Da ferner (COHEN l. c.) für die Bildungswärme des $ZnSO_4$ und Hg_2SO_4 die Zahlen 230070 (THOMSEN) und 175000 (VARET) zu setzen sind, so ist die gesamte chemische Energie eines solchen Elementes bei $6,75^0$ gleich

$$Q = 55070 + 25170 = 80240 \text{ Cal.}$$

Andererseits ergiebt sich aus den Formeln (4) mit Hülfe der HELMHOLTZ'schen Gleichung dieselbe Grösse aus elektrischen Daten zu 80170 Cal. Beide Berechnungen befinden sich in vollkommener Uebereinstimmung.

Aus Gleichung (1) in Verbindung mit (2) lässt sich nun weiter die Lösungswärme l auch für andere Temperaturen berechnen, da nach (4) E für beide Elemente als Function der Temperatur bekannt ist und l_0 die Grösse l für $T=T_0$, also hier gleich 18160 Cal. ist. Die Lösungswärme für die Concentration $A=19,77$ lässt sich aus den Verdünnungswärmen, welche THOMSEN für Zinksulfatlösungen gegeben hat, nicht scharf berechnen, da diese nur bis zur Concentration $A=20$ reichen. Jedoch ergiebt eine Extrapolation keinen sehr abweichenden Wert.

Der Versuch mit dem hier beschriebenen Element liefert also die Löslichkeit des Zinksulfats bei $6,75^0$ zu 45,36 g des Anhydrids auf 100 g Wasser (nach anderen Beobachtern entspricht diese Löslichkeit der Temperatur von $6,4^0$) und die Lösungswärme des Zinksulfat-Heptahydrats in seiner gesättigten Lösung bei derselben Temperatur zu -4527 Cal. Ferner ergiebt sich vollkommene Uebereinstimmung zwischen der aus calorischen und elektrischen Daten berechneten chemischen Energie des Elementes mit Bodenkörper bei $6,75^0$.

Wenn man den Temperaturcoefficienten eines Elementes ohne Bodenkörper bestimmt, das eine bei 39^0 (dem Umwand-

lungspunkt des Zinksulfats) gesättigte Lösung enthält, so kann man daraus mit Hülfe der früher für das stabile und metastabile Clarkelement angegebenen Temperaturformeln[1]) noch die Differenz der Hydratwärmen für das Hepta- und Hexahydrat des Zinksulfats berechnen, da im Durchschnittspunkte die Löslichkeiten, die Lösungswärmen *l* und die elektromotorischen Kräfte der drei in Betracht kommenden Elemente gleich sind.

Es sind noch weitere Versuche im Gang, deren Resultate ich zugleich mit noch anderen Consequenzen aus den vorstehenden Betrachtungen in einer ausführlicheren Veröffentlichung mitzuteilen gedenke.

Charlottenburg, 27. März 1901.

---

1) W. Jaeger, Wied. Ann. 63. p. 354. 1897.

Ueber Schallgeschwindigkeit in Luft bei hoher Temperatur;

von E. H. Stevens.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 15. März 1901.)

(Vgl. oben S. 25.)

In einer vor kurzem veröffentlichten Dissertation [1]) habe ich Versuche beschrieben, deren Zweck die Untersuchung der Schallgeschwindigkeit bei hoher Temperatur war. Es wurde nämlich die viertel Wellenlänge eines Tones von bekannter Tonhöhe in einem langen, aus Porzellan bestehenden Interferenzrohr dadurch gemessen, dass man ein enges Hörrohr in dem Interferenzrohr verschiebt, bis man die erste Stelle der verschwindenden oder minimalen Tonstärke bestimmt hat, was nach einiger Uebung mit überraschender Genauigkeit zu bewerkstelligen ist. Die Entfernung dieser Stelle vom Boden des Interferenzrohres ist bekanntlich gleich der viertel Wellenlänge des benutzten Tones. Um den Einfluss der Röhrenwand zu berücksichtigen, war es nötig, die Messungen in zwei Interferenzrohren von verschiedenem Durchmesser auszuführen. Aus den so gefundenen Resultaten lässt sich dann mittels der bekannten Kirchhoff'schen Formel die Schallgeschwindigkeit in freier Luft berechnen. Die Interferenzrohre wurden in einem Kohlenofen erhitzt, womit eine Temperatur von etwa 950^0 erreicht wurde, welche mittels eines von der Reichsanstalt calibrirten Thermoelementes aus Platin gegen Platin-Rhodium (10 Proc.) gemessen wurde. Bei dieser Temperatur wurde die Schallgeschwindigkeit zu 686 m/sec statt des theoretischen Wertes 701,8 m/sec gefunden, und daraus folgt das Verhältnis k der specifischen Wärmen bei constantem Druck und constantem Volumen gleich $1{,}34 \pm 0{,}01$. Da nun dieses Resultat von Bedeutung ist, und ausserdem die Untersuchung in der eben geschilderten Form sehr beschwerlich und nicht auf andere Temperaturgebiete anwendbar war, so habe ich dieselbe in weit umfassenderen Grenzen und auf viel bequemerem Wege wiederholt, wofür ich meinem hochverehrten Lehrer,

---

1) E. H. Stevens, Inaug.-Diss., Heidelberg 1900.

Hrn. Geheimrat Prof. Quincke, der mir alle Hülfsmittel des Heidelberger Universitäts-Laboratoriums bereitwilligst zur Verfügung stellte, zu grossem Dank verpflichtet bin. Die Versuche wurden im Winter 1898—1899 gemacht.

Die Hauptverbesserung besteht darin, dass ich die Interferenzrohre in einem elektrischen Ofen habe erhitzen können. Zu dem Zwecke wurde jedes Porzellanrohr mit zwei Hitzspiralen aus Nickeldraht derart umwickelt, dass die Windungen der einen Spirale zwischen denen der zweiten Spirale lagen. Zur Isolirung der Windungen voneinander diente eine Asbestschnur, die gleichfalls in zwei Spiralen zwischen den Windungen der Drahtspiralen gewickelt wurde. Das Rohr wurde dann mehrmals mit Asbestpapier lose eingehüllt, und das Ganze mit einem polirten Messingrohr umgeben. Ueber die ziemlich complicirten Einzelheiten bezüglich der Befestigung und Schaltungsweise dieser Hitzdrahtspiralen werde ich an anderer Stelle berichten. Hier sei nur erwähnt, dass die Benutzung von zwei Spiralen folgende Vorteile hat. Man kann nämlich beim Anheizen die Spiralen erst hintereinander, und nur später, wenn alles schon heiss ist, parallel einschalten, und damit eine bedeutende Ersparnis an Strom erreichen. Zweitens kann man es so einrichten, dass bei jeder Schaltungsweise der Strom in entgegengesetzter Richtung durch die zwei Spiralen fliesst, und keinen merklichen Einfluss auf die Magnetnadel des zur thermoelektrischen Temperaturmessung benutzten Galvanometers ausübt, was bei den starken Strömen (bis 30 Amp.) sehr wichtig ist. Andererseits war das regelmässige Umwickeln der zwei Spiralen auf der glatten Oberfläche des Porzellans schwierig, und in der That zeigte es sich, dass die Temperaturverteilung längs des Rohres nicht so gleichförmig war wie man hätte wünschen können. Sonst hat sich die ganze Anordnung vortrefflich bewährt. Bei jedem Rohr war der elektrische Ofen lang genug, um bei der höchsten Temperatur ein zwei Minimalstellen fassendes Stück zu erhitzen. Es wurde also nicht die viertel, sondern die halbe Wellenlänge gemessen. Diese halbe Wellenlänge ist bedeutend weniger veränderlich und viel zuverlässiger als die viertel Wellenlänge, was ich ausführlich in meiner Dissertation nachgewiesen habe.

Mit den mir zur Verfügung stehenden Mitteln wäre es

wohl möglich gewesen, die Temperatur bis über 1200° zu treiben. Allein bei einem Versuch in der Nähe von 1100° ist ein kurzes Stück des Hörrohres an die Wand des Interferenzrohres angeschmolzen; weshalb ich mich mit Temperaturen bis etwa 1000° begnügt habe. Es wurde also in jedem Rohr eine Reihe von etwa sechs Beobachtungssätzen zwischen 300 und 1000° gemacht, wobei ich jedesmal mindestens drei-, häufig aber fünf- oder sechsmal sowohl die halbe Wellenlänge als auch die Temperatur maass. Aus den die Resultate darstellenden, in sehr grossem Maassstabe gezeichneten Curven lässt sich die Schallgeschwindigkeit in den Rohren bis auf $^1/_5$ m/sec genau ablesen, und daraus, mittels der KIRCHHOFF'schen Formel, die Schallgeschwindigkeit in freier Luft bei jeder beliebigen Temperatur berechnen. Aus der Schallgeschwindigkeit endlich findet man in bekannter Weise k, das Verhältnis der specifischen Wärmen bei constantem Druck und constantem Volumen.

Das früher gefundene Resultat, dass k bei 950° gleich $1{,}34 \pm 0{,}01$, ist durch die neueren, zuverlässigeren Versuche erfreulicherweise bestätigt, wonach k bei der genannten Temperatur gleich 1,344 ist.

Ich gebe jetzt einen Auszug der endgültigen Resultate. Hier bedeutet V_{th} die theoretische Schallgeschwindigkeit in freier Luft,

$$V_{th} = 331{,}3\sqrt{1 + 0{,}00367\,t};$$

V_w die wirkliche Schallgeschwindigkeit, aus den in den zwei Rohren gefundenen Resultaten berechnet.

t^0	V_{th} m/sec	V_w m/sec	$V_{th} - V_w$ m/sec	k
0	331,32	331,32	—	1,4006
100	387,3	386,5	0,8	1,3993
300	480,2	478,1	2,1	1,389
500	557,8	552,8	5,0	1,376
750	641,8	632,0	9,8	1,358
1000	716,0	700,3	15,7	1,340

Die Angaben der Werte bei 0° und bei 100° sind aus meiner Dissertation entnommen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. **Nr. 6.**

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 19. April 1901.

Vorsitzender: Hr. O. LUMMER.

Hr. E. LAMPE gedenkt in längerer Ansprache des grossen Verlustes, den die Gesellschaft seit der letzten Sitzung durch den am 31. März erfolgten unerwarteten Tod ihres ersten langjährigen Schriftführers

Bernhard Schwalbe,

Director des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums zu Berlin,

erlitten hat.

Zu ehrendem Gedächtnis des Hingeschiedenen erheben sich die Anwesenden von ihren Sitzen.

Hr. **M. Thiesen** sprach dann

über die angebliche Anomalie des Sauerstoffs bei geringem Drucke.

Zum Gedächtnis
an
Georg Bernhard Schwalbe.

Von E. Lampe.

(Gesprochen in der Sitzung vom 19. April 1901.)

(Vgl. oben S. 57.)

Ohne vorangehende längere Erkrankung wurde Bernhard Schwalbe am 31. März 1901 aus dem Leben abgerufen; bis zu diesem Tage Director des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums zu Berlin, vom 1. April des Jahres an zum städtischen Schulrat für die höheren Lehranstalten Berlins berufen, wenige Wochen vorher zum Geheimen Regierungsrat ernannt. So folgte er nach nicht ganz sieben Jahren seinem am 21. Mai 1894 vor ihm abgeschiedenen Schwager August Kundt, mit dem er in der gemeinschaftlichen Studienzeit schon aufs engste verbunden gewesen war. Später auf längere Zeit voneinander getrennt, wirkten beide wieder zusammen, jeder nach seiner Art, als Kundt auf den Lehrstuhl für Physik an der Berliner Universität als Nachfolger von H. von Helmholtz berufen war. Jetzt, wo der Tod die verschwägerten Freunde der irdischen Wirksamkeit entrückt und im ewigen Schlafe vereinigt hat, bejammern die beiden aus dem Hamburger Handelshause Kelting stammenden Schwestern als Witwen den Verlust ihrer befreundeten Männer, von deren erneutem, vereintem Wirken man sich für das allgemeine Wohl so viel Gutes versprochen hatte.

Für die Physikalische Gesellschaft bedeutet der Todesfall der so plötzlich über sie hereingebrochen ist, den Verlust eines Mitgliedes, in dem die 36 Jahre, während welcher er ihr angehört hat, lebendig waren. Durch seine im Dienste der Gesellschaft geleisteten Arbeiten war er mit allen Mitgliedern

der älteren Zeit persönlich bekannt geworden, wovon sein schöner Nachruf des letzten Jahres auf KARSTEN Zeugnis ablegt. Die fortschreitende Entwickelung der Gesellschaft hatte er als ein Stück seines Lebens durchgelebt, über dessen Vorkommnisse er aus seiner Erinnerung Aufschlüsse zu geben vermochte. So müssen wir sein Abscheiden als das eines der besten Freunde unserer Gesellschaft betrauern.

GEORG BERNHARD SCHWALBE war einer Familie entsprossen, die seit etwa dreihundert Jahren in Quedlinburg am Harze ansässig gewesen ist; wenigstens lassen sich ihre Spuren daselbst bis etwa 1620 zurück verfolgen. Seine Vorfahren gehörten zu den angesehensten Bürgern der alten sächsischen Kaiserstadt und waren in den ersten Stellen der Stadtverwaltung thätig; mehrere unter ihnen standen als Bürgermeister an der Spitze des Gemeinwesens, der Geburtsstadt des Dichters KLOPSTOCK und des Geographen KARL RITTER. Der Sinn für die Thätigkeit im Dienste der Stadt und des Staates, der den Verstorbenen auszeichnete, kann also als Erbteil seiner Familie betrachtet werden. Sein Vater G. SCHWALBE übte den Beruf eines praktischen Arztes in Quedlinburg aus. Aus der Ehe, die derselbe mit MARIE KRIEGAR schloss, stammten drei Söhne und zwei Töchter. BERNHARD wurde als zweiter Sohn am 23. October 1841 in Quedlinburg geboren; seine beiden Brüder, der ältere und der jüngere, überleben ihn, während die beiden Schwestern schon in jüngeren Jahren gestorben sind.

Da der Vater der jungen Familie schon im Jahre 1846 durch den Tod entrissen wurde, verlegte die Mutter ihren Wohnsitz nach Thale am Harz. Trotzdem verlebte BERNHARD SCHWALBE den grössten Teil seiner Jugendzeit in Quedlinburg, weil er das dortige Gymnasium zu seiner Ausbildung besuchte. Des Vaters früh beraubt, von der Mutter getrennt lebend, wurde er als Knabe schon die selbständige Natur, die sich später in den mannigfaltigsten Thätigkeiten und Stellungen so trefflich bewährte. Auf seinen Wanderungen durch den Harz, die er später als Mann gern wieder aufnahm, sog er die Liebe zur Natur ein und bildete die angeborene Gabe der Beobachtung aus, welche für die Wahl seiner Studien entscheidend wurden. Liebe zu seiner Familie, zu seiner Heimat

zeigten sich früh als die Kennzeichen eines warm empfindenden Gemütes, das für alle Eindrücke der Umgebung empfänglich war. Das Reifezeugnis des Quedlinburger Gymnasiums erwarb er im Ostertermine 1860, und nun wandte er sich sofort aus voller Neigung dem Studium der Naturwissenschaften zu. Doch soll hier gleich vorweg bemerkt werden, dass er neben der eifrigsten Beschäftigung mit seinen Berufsfächern immer noch Zeit erübrigte, um vielseitige Sprachstudien zu treiben. Auf dem Gymnasium zeichnete er sich in den Sprachen ebenso aus, wie in den exacten Wissenschaften, und er bekundete sein sprachliches Interesse durch eifriges und erfolgreiches Studium des Hebräischen. Später brachte er es besonders im Englischen zu einer hervorragenden Fertigkeit im schriftlichen und mündlichen Ausdrucke; ebenso beherrschte er die modernen Sprachen lateinischen Stammes, besonders das Französische, aber auch das Italienische und Spanische.

Zunächst bezog Schwalbe die Universität Bonn auf ein Jahr; er hörte dort Vorlesungen über Chemie, Botanik und Mineralogie. Dann setzte er seine Studien an der Universität Zürich fort, wo er besonders eingehend sich mit der Chemie beschäftigte, ausserdem aber auch mit Physik, Mineralogie, Geologie, Botanik und Mathematik. Endlich kam er nach Berlin und betrieb neben den Fortsetzungen seiner begonnenen Studien hauptsächlich solche in der Philosophie und Mathematik. Zu dieser Zeit hatte Herrig in Berlin das Seminar für moderne Philologie eröffnet, und Schwalbe beteiligte sich sofort als Mitglied an den Uebungen des neuen Institutes. Ebenso trat er in den mathematischen Verein der Universität ein, der sich gerade gebildet hatte. An beiden Stellen wurde er mit jungen gleichstrebenden Männern bekannt und befreundet; unter ihnen ist besonders Quintin Steinbart zu nennen, jetzt Director des Realgymnasiums in Duisburg, mit welchem zusammen Schwalbe später im Realschulmännerverein lange Jahre gewirkt hat. Auf diese Weise ist es gekommen, dass Schwalbe, obwohl nicht eigentlich Mathematiker, einer der Mitbegründer des genannten mathematischen Vereins wurde und auf dem ersten Vereinsbilde von acht Mitgliedern aus dem Sommer 1862 neben seinen Freunden Steinbart und Deite sitzt.

Bedeutsamer aber wurde für ihn der Eintritt in die von Magnus geleiteten physikalischen Colloquien; hier sammelten sich zu jener Zeit alle diejenigen Studenten der höheren Semester, welche das Studium der Physik zu wissenschaftlichen Zwecken eingehender trieben. Neben Jochmann, Paalzow, Rüdorff, Zenker, die bereits promovirt hatten, sich aber immer noch an den Uebungen beteiligten, sind aus jener Periode Holtz, Avenarius, Kiessling, Krech, Deite, Biermann, vor allem aber Kundt zu nennen, mit dem Schwalbe damals enge Freundschaft schloss. Dieser Freundeskreis fand sich nach einigen Jahren ziemlich vollzählig wieder in der Physikalischen Gesellschaft zusammen; in ihm zeigte sich der grosse Einfluss, den Magnus durch seine physikalischen Colloquien und durch die Oeffnung seines Privatlaboratoriums für die Studenten auf die seiner Leitung sich anvertrauende Jugend ausgeübt hat.

Da Schwalbe die akademische Laufbahn als Chemiker einzuschlagen beabsichtigte, war es für ihn von grossem Nutzen, dass er 1863 eine Stelle als Assistent bei Heinrich Rose erhielt. Sei es jedoch der Tod von Rose im Januar 1864, sei es überhaupt die Absicht gewesen, die Zukunft für alle Fälle sicher zu stellen, Schwalbe unterzog sich zu Ostern 1864 der Oberlehrerprüfung, die er mit einem vollen Erfolge in den sämtlichen Naturwissenschaften bestand, und bei der er auch in der Mathematik und in den beiden neueren Sprachen sich eine ehrenvolle Lehrbefugnis erwarb. Statt aber das Probejahr anzutreten, begab er sich im Sommerhalbjahr 1864 nach Zürich, um eine Assistentenstelle bei Wislicenus zu übernehmen, in der sicheren Hoffnung, dort die Laufbahn als akademischer Lehrer in kurzem betreten zu können. Verschiedene Gründe bewogen ihn jedoch, zu Michaelis 1864 endgültig diese Pläne aufzugeben.

An der Königlichen Realschule, dem jetzigen Kaiser-Wilhelm-Realgymnasium, bedurfte man dringend eines tüchtigen Lehrers für Physik und Chemie in den oberen Klassen, weil die Gesundheit des erst kurz vorher für diese Fächer berufenen Oberlehrers Dr. Tillich ins Wanken geriet, sodass der Unterricht nicht in erspriesslicher Weise stetig erteilt werden konnte, und weil dieser Lehrer zu ausschliesslich einer mathematisch

deductiven Richtung folgte. Die Aussicht auf die Erteilung des Unterrichtes in den obersten Klassen unter gleichzeitiger Verwaltung des Lehrapparates brachte bei SCHWALBE die angeborene Neigung zum Unterrichten siegreich zum Durchbruch. Daneben war auch wohl der Wunsch mitbestimmend, mit der alleinstehenden hochverehrten Mutter, welche ihre letzte Tochter verloren hatte, einen gemeinsamen Haushalt zu führen. Genug, er kam im Herbste 1864 wieder nach Berlin zurück und übernahm in seinem sogenannten Probejahre sofort vollen Unterricht in allen Klassen. Im Verlaufe dieses Jahres erwarb er sich auf Grund einer botanischen Dissertation bei der philosophischen Facultät der Universität Jena während des Sommers 1865 den Doctorhut, und zum 1. October 1865 wurde er nach der damaligen Titulatur als vierter ordentlicher Lehrer der Königlichen Realschule fest angestellt. Mit enthusiastischem Eifer hat er vom Beginne seiner Lehrthätigkeit an sich dem Unterrichte der Jugend geweiht und ist für jeden, der mit ihm in Berührung gekommen ist, ein leuchtendes Vorbild eines Lehrers geworden, der in dieser segensreichen Wirksamkeit sein volles Glück findet. Er verschmähte es auch durchaus nicht, neben dem ihm zufallenden naturwissenschaftlichen Unterrichte sprachliche Lehrstunden zu übernehmen; so hat er gleich in den ersten Jahren wiederholt Englisch in der Tertia gelehrt und ist in diesem Unterricht ebenso anregend, in den Anforderungen ebenso streng gewesen, wie in seinen Hauptfächern.

Um hier gleich den äusseren Gang seines Lebens kurz zu schildern, so ist zu erwähnen, dass er als intimer Freund von KUNDT durch diesen zu seiner Hochzeit in die Familie KELTING zu Hamburg eingeführt wurde, und dass SCHWALBE bei dieser Gelegenheit die nähere Bekanntschaft mit ELISABETH KELTING, der Schwester der Braut, machte, eine Bekanntschaft, die bald zur Verlobung und im Frühjahr 1867 zur Verehelichung führte. In glücklicher Ehe mit ihr lebend, hat er sie jetzt als tief trauernde Witwe nebst drei Kindern zurückgelassen, einer Tochter ELISABETH und zwei Söhnen DR. GUSTAV SCHWALBE, der Meteorologe ist, und DR. ERNST SCHWALBE, der den medicinischen Beruf seines Grossvaters erwählt hat und Assistent am pathologischen Institut in Heidelberg ist.

Die wissenschaftlichen Leistungen SCHWALBE's und seine pädagogischen Erfolge erwarben ihm bald die Wertschätzung seiner Vorgesetzten, besonders des damaligen Provinzialschulrats KLIX, und er rückte daher rasch in höhere Stellen an der Königlichen Realschule auf. Zum Oberlehrer wurde er 1870 befördert, zum Professor 1874 ernannt. Im Herbste des Jahres 1879 wurde er vom Magistrat der Stadt Berlin zum Director des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums gewählt und von den Staatsbehörden bestätigt; dieses Directorat hat er bis zu seinem Tode mit glänzendem Erfolge geführt.

In der Schilderung der Lebensarbeit von BERNHARD SCHWALBE, zu der wir jetzt übergehen wollen, stellen wir billig seine Thätigkeit als Redacteur der „Fortschritte der Physik" voran; denn als solcher ist er zuerst überhaupt in die Oeffentlichkeit getreten, und diese grossartige Leistung sichert ihm den Dank der Zeitgenossen und der Nachwelt; durch diese Beschäftigung, die sich über mehr als zwei Jahrzehnte seines Lebens erstreckt, ist das Ziel und der Inhalt seiner wissenschaftlichen Arbeiten bestimmt worden. Nach dem Fortgange von KUNDT und KIESSLING aus Berlin, die den Band XXI, Jahrgang 1865, der Fortschritte der Physik fertig gestellt hatten, schien das regelmässige Erscheinen des von der Physikalischen Gesellschaft herausgegebenen Werkes in Frage gestellt, weil die Vorarbeiten zu wenig gefördert waren. Dem gemeinsamen energischen Eingreifen von QUINCKE und SCHWALBE, die bei dem Jahrgange 1866 auch noch von WANGERIN unterstützt waren, gelang es aber, Ordnung zu schaffen und die Gleichmässigkeit der Veröffentlichung zu regeln. Vom XXIV. bis zum XXIX. Bande (Jahrgänge 1868 bis 1873) hat SCHWALBE die gewaltige Arbeit der Redaction ganz allein bewältigt. Wegen des stetigen Anwachsens der zu bearbeitenden Literatur und der gleichzeitigen Zunahme der eigenen Geschäfte redigirte er vom XXX. Bande an nur noch die dritte Abteilung, übernahm aber bei einer Erkrankung des Redacteurs der beiden ersten Abteilungen noch einmal die Vollendung zweier vollständigen Jahrgänge (XXXII und XXXIII, 1876 und 1877); erst mit dem XLII. Bande (Jahrgang 1886), der 1892 erschien, trat er endgültig von der Redaction der dritten Abteilung zurück.

Nur wer selbst derartige Arbeiten vollendet hat, vermag die Last zu würdigen, welche SCHWALBE in diesen Jahren durch die Erledigung der Redactionsgeschäfte zu tragen hatte. Ohne Hülfskräfte für die mehr mechanischen Geschäfte heranzuziehen: die vielfachen Registrirarbeiten, Anfertigung des Registers, Versendung der zu besprechenden Arbeiten, Durchsicht der Correcturbogen, erledigte SCHWALBE alle diese Redactionsobliegenheiten selbst neben seiner ausgedehnten und intensiven Lehrthätigkeit, neben seiner Beteiligung in Vereinen und bei communalen Angelegenheiten. Bei der patriarchalischen Geschäftsführung, die damals in der Physikalischen Gesellschaft herrschte, bei den geringen Mitteln, über welche man verfügte, dachte niemand an eine Entschädigung für jene untergeordneten Schreibarbeiten, und SCHWALBE machte nicht viel Aufhebens von den Aufgaben, die er spielend bewältigte. Zu den Pflichten des Redacteurs gehörte auch die Ordnung des Lesezirkels; alle Mappen, die zum Umlauf unter den Mitgliedern kamen, füllte er selbst, und die Aufschriften auf den Deckeln, welche das Verzeichnis der einliegenden Zeitschriften gaben, führte er eigenhändig aus. So repräsentirte er ganz allein das Haupt und die Schreiber des Redactionsbüreaus der Physikalischen Gesellschaft. Wenn man sich dazu vorstellt, dass er zu gleicher Zeit in Vereinen für Unterricht, für Volksbildung, für Wohlthätigkeit, für communale Zwecke eine grosse Energie entfaltete, so erhält man ein angenähertes Bild von seiner Arbeitsfähigkeit und Schaffensfreude. Ermüdung kannte er nicht; mit kaum vorstellbarer Beweglichkeit ging er von einer Arbeit zu einer vollständig verschiedenen über, und wenn er ausserhalb seines Hauses so viel geleistet hatte, dass ein anderer Mensch im eigenen Heim erschöpft Ruhe gesucht haben würde, dann setzte er sich mit unglaublicher Frische zur Erledigung der Redactionsgeschäfte an seinen Arbeitstisch, erfüllte in gewissenhafter Weise unter Benutzung der Nachtstunden alle Pflichten, die er gegen die Schule, die Wissenschaft, das Gemeinwesen übernommen hatte.

Auch nach seinem Rücktritte von der Redaction bekundete er stets das lebhafteste Interesse für das Gedeihen der „Fortschritte der Physik", und durch seinen sachkundigen Rat half er bei der Ueberwindung mancher Schwierigkeiten. Wenn er

sich also um dieses monumentale Werk, wie er es gern nannte, ein grosses Verdienst erworben hat, so krönte er seine Arbeit dadurch, dass er im Anschlusse an das BARENTIN'sche Register zu den ersten 20 Bänden für die Bände XXI bis XLIII ein Register hergestellt hat (1897), bei dessen Bearbeitung ihn seine drei Kinder wirksam unterstützt haben. Dafür schulden ihm alle Physiker den grössten Dank.

Die Kenntnisse und die Erfahrungen, welche SCHWALBE bei der Redaction der Fortschritte der Physik erworben hatte, schärften seinen Blick in Bezug auf die zweckmässige und notwendige Einrichtung ähnlicher Unternehmungen, denen Gelehrte von geringerer Erfahrung ohne das richtige Verständnis ratlos gegenüberstehen. In gerechter Schätzung seiner umfassenden Einsicht entsendete ihn daher in den letzten Jahren die preussische Regierung wiederholt als Delegirten bei den Verhandlungen mit der Royal Society in England über die Anfertigung des „Scientific Catalogue“ für alle exacten Wissenschaften. Ueber den gegenwärtigen Stand dieser Angelegenheit, mit der er übrigens nichts mehr zu thun hatte, wollte er, wie er in einer der letzten von ihm besuchten Vorstandssitzungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft ankündigte, einen Vortrag in einer Sommersitzung derselben halten, eine Absicht, die durch den jähen Tod vereitelt wurde, wie so viele andere seiner Pläne.

Unter den Schriften, die SCHWALBE als Redacteur des Jahresberichtes über die Fortschritte der Physik durchzusehen hatte, zogen ihn neben den Abhandlungen des Abschnittes über Molecularphysik, den er zuerst auch bearbeitete, besonders diejenigen an, welche in den Abschnitt der Physik der Erde fallen. Indem er diesem Teile des Werkes seine besondere Sorge widmete, vergrösserte sich derselbe unter seinen Händen von Jahr zu Jahr; aus den sechs Bogen, welche der sechste Abschnitt der Fortschritte der Physik bei dem Eintritte SCHWALBE's in die Redaction umfasste, wurden 1883 40 Bogen, die in diesem 36. Jahrgange zum ersten Male zu einer selbständigen, dritten Abteilung vereinigt wurden. Der letzte von SCHWALBE redigirte Jahrgang 1886, an dessen Ende er sich durch ein Nachwort als Schriftleiter von dem Werke verabschiedete, war auf $73^1/_2$ Bogen angeschwollen. Als Mitarbeiter

dieser Abteilung hat er für mehrere Kapitel bis zu seinem Tode ausgeharrt.

Diesem Lieblingsgebiete SCHWALBE's gehören nun auch seine naturwissenschaftlichen Originalarbeiten an. Eine Programmabhandlung vom Jahre 1871 stellt die damals bekannten Thatsachen über das Nordlicht recht vollständig zusammen und giebt ein gutes Verzeichnis der bezüglichen Schriften. Der Vortrag über Wetteraberglauben und die Wetterangaben des gewöhnlichen Lebens (1876) behandelt den Gegenstand in historischer Weise und sucht für Aufklärung in weiteren Kreisen zu wirken. Das Thema der Gletscher, dem der Aufsatz „über die Gletscher des Kaukasus und über den temporären Rückgang der Gletscher überhaupt" gewidmet ist (1879), führte ihn dann dazu, sich mit der Erscheinung der Eishöhlen und Windlöcher während einer Reihe von Jahren zu beschäftigen. Er richtete seine Sommerreisen nach den Gegenden, wo er hierüber Beobachtungen anstellen konnte; in der Literatur forschte er eifrig nach Angaben aus früherer Zeit, und so entstand eine Folge von Artikeln aus den Jahren 1881—1888, in denen sowohl die Thatsachen festgestellt als auch die bisher aufgestellten Theorien erörtert sind. Die übersichtlichste Darstellung der hierher gehörigen Erscheinungen und der zu ihrer Erklärung ersonnenen Theorien hat er in der Abhandlung der Festschrift zur fünfzigjährigen Jubelfeier des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums zu Berlin gegeben, betitelt: „Ueber Eishöhlen und Eislöcher nebst einigen Bemerkungen über Ventarolen und niedrige Bodentemperaturen" (1886). In der Anzeige dieser Schrift[1]) fasst SCHWALBE sein Urteil über alle bisher versuchten Theorien dahin zusammen, dass *eine* Ursache allein nicht als der wirksame Grund aufgefasst werden könne. In diesen Beiträgen zur Theorie der Eishöhlen hat man die wertvollsten selbständigen Arbeiten SCHWALBE's zur reinen Wissenschaft zu erblicken.

Ausser diesen rein wissenschaftlichen Arbeiten sind dann aber die zahlreichen Veröffentlichungen zu erwähnen, welche der Verbreitung der Wissenschaft und pädagogischen Fragen gewidmet sind. Zwei kleine Bücher hat er verfasst, die dem

1) G. B. SCHWALBE, Fortschr. d. Phys. 42. p. 1015ff. 1892.

Unterrichte dienen sollen, das kurzgefasste Lehrbuch der allgemeinen Geologie (Berlin 1879) und ein Elementarbuch für die griechische Sprache, letzteres mit der Bestimmung, den Schülern der Realgymnasien diejenigen Kenntnisse des Griechischen zu vermitteln, welche beim Studium der Naturwissenschaften nützlich sind. Von seinen vielen Aufsätzen pädagogischen Inhaltes können wir hier kaum einige besonders hervorheben. Sie betreffen einerseits die Geschichte und den Stand der Methodik der Naturwissenschaften, wie der Titel einer Schrift von 1877 lautet, andererseits die mannigfaltigsten Fragen des Schulunterrichtes und der Lehrerbildung, welche im Verlaufe der letzten drei Jahrzehnte aufgetreten sind, endlich auch das Berechtigungswesen der verschiedenen Schulgattungen. Ueberall erscheint SCHWALBE als Vertreter der modernen Bildung, als Vorkämpfer für den bildenden Wert der Naturwissenschaften; doch ist er fern davon, die Schulen in Fachschulen umzuwandeln. In dem Vortrage, den er auf der Naturforscherversammlung in Frankfurt a. M. 1896 über die Vorbildung der Lehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften an höheren Lehranstalten den Forderungen der heutigen Zeit gegenüber hielt, betonte er, dass Deutschland mit seinem Systeme der allgemeinen Bildung vor der Fachbildung anderen Ländern gegenüber nicht schlecht gefahren ist. „Nur der Organismus kann sich gesund entwickeln, der in organischem Zusammenhange mit dem früher Gewesenen bleibt, und so können unsere Schulen nur dann gedeihen, wenn der historische Zusammenhang gewahrt wird.“ Alle diese Schriften SCHWALBE's haben für die Geschichte der Pädagogik einen bleibenden Wert; sie sind nicht Erzeugnisse eines in der Studirstube grübelnden Philosophen, sondern sind der Ausfluss der innersten Ueberzeugung eines Mannes von aussergewöhnlicher pädagogischer Beanlagung, der in der Ausübung der Lehrthätigkeit eine Herzensbefriedigung fand, und der zu praktischen Zwecken weitgehende historisch-pädagogische Studien trieb. Nur dasjenige fand seine Billigung, was er in seinem Unterrichte als richtig erprobte.

Bei dem Vergnügen, das er im Unterrichten fand, und bei seiner Neigung, die Wissenschaft in weitere Kreise zu tragen, war es nicht schwer, ihn zur Uebernahme von Vor-

trägen und Unterrichtsstunden ausserhalb des ihm amtlich zufallenden Gebietes zu bewegen. Für die Volksschullehrer hat er Curse zur Fortbildung eingerichtet. Für die Oberlehrer wurden hauptsächlich auf seinen Betrieb und unter seiner Leitung in Berlin regelmässige Feriencurse abgehalten. In Vereinen hielt er Vorträge zur Belehrung weiterer Kreise über pädagogische oder naturwissenschaftliche Gegenstände. Literarische Unternehmungen, die der Förderung der Bildung des Lehrerstandes dienten oder auf die allgemeine Verbreitung der Kenntnisse in den Naturwissenschaften abzielten, fanden in ihm einen hülfsbereiten Teilnehmer. So gehörte er der weiteren Redaction der „Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht" an, deren Leitung in den Händen eines seiner Schüler liegt; ein gleiches Verhältnis verband ihn mit der „Naturwissenschaftlichen Rundschau". Bei der Gründung der „Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften", des Organes für den über ganz Deutschland ausgebreiteten Verein zur Förderung des Unterrichtes in der Mathematik und den Naturwissenschaften, konnte man für den naturwissenschaftlichen Teil keinen besseren Namen als den seinen in die Redaction einfügen, während Pietzker als Mathematiker zugleich die Geschäftsleitung erhielt. Der Realschulmännerverein besass in ihm einen der kundigsten und gewandtesten, dabei aber immer besonnenen Vorkämpfer, dessen aus langer Beschäftigung mit öffentlichen Angelegenheiten geschöpfte Kenntnis geschäftlicher Behandlungsweise der Sache viel genützt hat; mit unerschütterlichem Vertrauen sah er dem Siege der vom Vereine verfochtenen Ideen entgegen, und die im Princip zugestandene Gleichbewertung der neunklassigen Realanstalten mit den alten humanistischen Gymnasien erfüllte ihn während der letzten Monate seines Lebens mit hoher Genugthuung, obwohl er bei seiner genauen Kenntnis aller widerstrebenden Elemente die noch zu besiegenden Gegenströmungen, die nach seiner schon vor Jahren ausgesprochenen Ansicht das humanistische Gymnasium zu einer Standesschule zu machen bezwecken, durchaus nicht unterschätzte.

Die „Humboldts-Akademie" besass in Schwalbe einen einflussreichen Gönner, durch dessen Vermittelung die Räume und die Lehrmittel des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums

dieser Volkshochschule zur Verfügung gestellt wurden. Ebenso gewährte er dem Berliner Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichtes, dessen Gründung und Aufblühen auf seine Mitwirkung zurückzuführen ist, Unterkunft in dem für physikalische Demonstrationen eingerichteten Klassenzimmer des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums. Dem Fortbildungsschulwesen schenkte er seine besondere Aufmerksamkeit nicht bloss als Leiter einer mit seiner Anstalt verbundenen Fortbildungsschule, sondern auch als Stadtverordneter, der stets die Gewährung von Geldmitteln seitens der Stadtverwaltung befürwortete. So verwendete er sich unter anderem kräftig für die Fortbildungsschulen für das weibliche Geschlecht, und unter den Nachrufen für ihn, die nach seinem Tode in den Zeitungen erschienen, sprachen daher die Fortbildungsschulen für weibliche Angestellte in kaufmännischen Geschäften ihren Dank besonders herzlich aus. Jeder Verein, der gemeinnützige Bestrebungen zur Ausbreitung der Bildung verfolgte, war seiner Teilnahme sicher, und er beschränkte sich nicht etwa darauf, seine Beiträge als Mitglied der vielen Vereine zu bezahlen, in die einzutreten ihm grosse Freude machte, sondern er steuerte gern geistige Gaben aus dem reichen Schatze seines Wissens bei. Es ist vorgekommen, dass er an Sonntagabenden plötzlich Gesellschaften verliess, um in einem Verein zur Unterhaltung und Belehrung weiblicher Dienstboten einen Vortrag zu halten.

Das Gewicht, welches Schwalbe in allen Unterrichtsfragen beigelegt wurde, zeigte sich darin, dass er seit längerer Zeit bei allen Gelegenheiten herangezogen wurde, wenn es sich um Neugestaltungen handelte. Das Unterrichts-Ministerium liess sich von ihm wiederholt Gutachten ausarbeiten. Zuletzt war er auch als Mitglied der Schulconferenz vom Juni 1900 berufen; die bei dieser Gelegenheit von ihm gehaltenen Reden, aus denen sein Standpunkt klar zu erkennen ist, und die ihn als schlagfertigen Kenner aller bezüglichen Verhältnisse zeigen, sind in den gedruckten Verhandlungen dieser Conferenz erst jüngst veröffentlicht worden. Seit längerer Zeit Mitglied der Commission für die Mittelschullehrer- und Rectorprüfung, war er in den letzten Jahren auch Mitglied der Prüfungscommission der Provinz Brandenburg für Oberlehrer, und zwar für Physik,

Chemie und Mineralogie. Nach der Einrichtung des Seminarjahres für die Candidaten des höheren Lehramtes wurde ihm sofort ein Seminar übertragen; nur im letzten Jahre wusste er sich von diesen Pflichten frei zu halten.

Als Lehrer wie als Director stellte SCHWALBE an die Schüler und an die Collegen die höchsten Anforderungen. Wie er selbst Unglaubliches leisten konnte, ohne dabei zu ermüden, so meinte er dasselbe von jedem erwarten zu müssen, indem er die herbe Lebensansicht vertrat, leben heisse arbeiten. Wenn jeder Lehrer so hohe Ansprüche an die häuslichen Arbeiten stellen würde, wie er besonders als Lehrer der Königlichen Realschule that, so wären die Klagen über Ueberbürdung nur zu gerechtfertigt. Sein Bestreben ging hierbei unter anderem dahin, dass die von ihm vertretenen Fächer gegenüber den Sprachen durch intensive häusliche Beschäftigung im Ansehen der Menschen gehoben werden müssten. Weil nun aber seine Schüler in den Unterrichtsstunden durch den Reichtum seines Wissens und die Lebendigkeit der Lehrweise stets aufs höchste angeregt wurden, so unterzogen sie sich ohne erhebliche Klagen den an sie gestellten Anforderungen, obschon er hier wie auch später als Leiter des Realgymnasiums an gewissen bureaumässigen Formen streng festhielt.

Gemildert wurde diese Seite seines Wesens durch ein hohes Wohlwollen, das bei ihm aus einem im Grunde gütigen Herzen floss, das er aber gegenüber den sich an ihn herandrängenden Ansprüchen meistens verbarg. Es ist für ihn bezeichnend, dass der Verein gegen Verarmung und Bettelei es ist, durch den er zuerst mit der städtischen Verwaltung von Berlin in Berührung kam. Durch sein reges und thätiges Interesse für diesen Verein, der in der Mitte der sechziger Jahre entstand, kam SCHWALBE bald in den Vorstand desselben und wurde dort mit dem Stadtverordneten-Vorsteher STRASSMANN befreundet. Dieser erkannte den weiten Gemeinsinn des damals noch sehr jugendlichen Oberlehrers und veranlasste ihn, in einem näher bezeichneten Wahlbezirke sich als Candidat für die Stadtverordnetenversammlung vorzustellen. Unter diesem Schutze wurde SCHWALBE gewählt, und er erwarb sich durch sein verständiges Auftreten und seine energische Thätigkeit schnell ein solches Ansehen bei den städtischen

Behörden, dass er, obgleich nicht Lehrer einer städtischen höheren Schule, bei der Besetzung des erledigten Directorates des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums im Jahre 1879 allen übrigen in Frage gekommenen Candidaten vorgezogen und fast einstimmig vom Magistrat für diesen Posten gewählt wurde. Im Alter von nicht ganz 38 Jahren trat er also an die Spitze eines alten Lehrercollegiums. Binnen kurzem sicherte er sich in demselben eine herrschende Vertrauensstellung. Unter seiner Leitung wuchs das Dorotheenstädtische Realgymnasium zwischen mehreren nahe gelegenen höheren Lehranstalten, die sich daher gegenseitig Abbruch thun; die Eltern gewannen zu dem neuen Leiter der Anstalt bald Vertrauen, und die Schülerzahl stieg derartig, dass sie zuletzt fast das Doppelte derjenigen Zahl betrug, die SCHWALBE bei der Uebernahme des Directorates vorgefunden hatte.

Da SCHWALBE gemäss dieser Skizze seiner Thätigkeit nach den verschiedensten Richtungen hin wirkte, so konnte er wegen der Zersplitterung seiner Kräfte, die er ungern irgend welchen Ansprüchen versagte, zuletzt nicht mehr in die Tiefe eines Gegenstandes eindringen; dagegen hatte er sich allmählich eine solche Breite des Wissens und eine so umfassende praktische Erfahrung erworben, dass ihm in der Kenntnis der Berliner Schulverhältnisse niemand gleichkam. Allgemein erwartete man deshalb schon lange seine Beförderung in eine höhere Stellung, von wo aus er eine grössere Wirksamkeit entfalten könnte; als daher zum 1. April dieses Jahres die Stelle des städtischen Schulrates für höhere Lehranstalten in Berlin neu besetzt werden musste, wurde er von allen Einsichtigen als der geeignetste Mann für diesen Posten bezeichnet, und so erfolgte denn auch seine Wahl in der Stadtverordnetenversammlung mit grosser Stimmenmehrheit. Da er schon 1886 bei dem fünfzigjährigen Jubiläum des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums durch die Verleihung des Roten Adlerordens ausgezeichnet worden war, so drückte ihm die Regierung ihren Dank für alle Dienste, die er in oft wiederholter Arbeit ihr geleistet hatte, dadurch aus, dass sie für ihn den Charakter eines Geheimen Regierungsrates an höchster Stelle erwirkte, bevor die Bestätigung zum städtischen Schulrat eingeholt war.

Nun war ihm also ein grosses Feld der Wirksamkeit er-

öffnet, das reiche Ernte versprach. Kein Schulmann kannte wie er die Verwaltung der Stadt Berlin, in der er als Stadtverordneter seit etwa einem Vierteljahrhundert thätig gewesen war. Keiner war so genau mit den Schwierigkeiten vertraut, die neuen Plänen bei den Organen der städtischen Verwaltung oder bei den staatlichen Behörden entgegenstehen; aber auch keiner wusste wie er, welche Mittel anzuwenden sind, wenn es sich darum handelt, Fortschritte zu erzielen. Daher wurde ihm auch allseitiges Vertrauen entgegengebracht von den königlichen und den städtischen Behörden, von den Lehrern der ihm überwiesenen höheren Lehranstalten, von den Eltern der Schüler, von allen Freunden eines kräftig sich entwickelnden Schullebens. Zwar stand er schon im sechzigsten Lebensjahre; aber sein Riesenkörper schien eine noch jugendliche Schaffenskraft zu verbürgen, und die zuweilen sich zeigende Erschlaffung wurde der übermässigen Arbeitslast zugeschrieben, die er bewältigte, ohne sich Musse zur Erholung zu gönnen. Man wusste, dass er manche neuen Pläne durchführen wollte, die er lange bei sich erwogen hatte, und erhoffte von seiner bekannten unbeugsamen Energie das beste Gelingen, das Anbrechen einer neuen Epoche im Berliner Schulleben.

Die Anzeichen einer schleichenden Krankheit wurden darüber von ihm selbst und von seiner Umgebung übersehen oder für geringfügig erachtet. Ob nun die Aufregungen, welche mit der Verabschiedung einer lieb gewordenen langen Thätigkeit verbunden sind, ihn stärker angegriffen haben, als bei seinem sonst bewährten Gleichmute zu erwarten war, ob vielleicht die Feier des Abschiedes von den Schülern und den Collegen am 30. März sein Gemüt heftiger erregt hat, sodass der Redegewandte in Rede und Gegenrede schon nicht mehr mit der gewohnten Klarheit und Sicherheit auftrat, das ist jetzt nicht mehr festzustellen; gewiss ist nur, dass er von jener Feier in grosser Abspannung zu seiner Familie zurückkehrte, dass er sich auf das Zureden seines zweiten Sohnes, eines Arztes, zur Ruhe begab, um für das Festessen, das ihm von seinem Lehrercollegium für den Abend desselben Tages angeboten war, Kräfte zu sammeln, dass aber diese Ruhe ihn zur ewigen Ruhe führte. Ein rascher Verfall der Kräfte, wie bei Diabetikern öfter beobachtet wird, konnte durch keine

medicinischen Mittel aufgehalten werden, und am 31. März hauchte er seinen Geist aus, einen Tag vor dem wirklichen Eintritt in das neue Amt.

Tiefe Trauer und gewaltige Bestürzung rief dieser erschütternde Verlust hervor, laute Klagen um die jähe Vernichtung aller Hoffnungen, deren Erfüllung so sicher geschienen hatte. Die Tragik des Falles ergriff alle Gemüter mit seltener Macht. Fünfunddreissig Jahre dauerte die Vorbereitung für das Amt, für dessen Uebernahme er wie keiner gerüstet war; bei einem Rückblick auf diese Zeit könnte man meinen, SCHWALBE habe mit Bewusstsein seinen Lebensgang so geregelt, dass die erlangte Stellung die Krönung seines Lebenswerkes bedeutete, und am Vorabende des Tages, wo alles in Erfüllung gehen soll, greift eine höhere Macht allgewaltig ein; es ist, als ob wir die grause Wahrheit der Totentänze an einem hervorragenden Menschen, der uns allen lieb war, hätten fühlen sollen. An derselben Stelle, von wo aus er am Sonnabend gesprochen, wo er die Zeichen der Verehrung entgegengenommen hatte, stand am folgenden Mittwoch der Sarg, der seinen Leichnam umschloss; statt der fröhlich beglückwünschenden Menge der Schüler und Lehrer füllte eine leidtragende Versammlung den Saal, um dem Toten die letzte Ehre zu erweisen, und am grünen Donnerstag wurde er in seiner Vaterstadt im alten Sachsenlande unter seinen Ahnen beigesetzt, der echte Sachsensohn voll Kraft und Zähigkeit, mit wenigen nahen Freunden im Geleite, die es sich nicht hatten nehmen lassen, trotz der Ferne und des niederströmenden Regens dem Entschlafenen bis zur Gruft zu folgen.

In tiefer Erschütterung können wir nichts thun, als in die Trauerklagen über den Verlust dieses Mannes einzustimmen. Rastlos arbeitend, immer zum Guten strebend, reich an Wissen und an Verstand, lauter im Denken und im Handeln, reinen Herzens und wohlwollenden Gemütes, den Blick nach oben mit dem Ehrgeize gerichtet, für die Menschheit die besten Güter zu erringen und zu bewahren, suchte er in seinem Leben das Ideal zu verwirklichen, das er sich früh gebildet hatte. Treu in der Freundschaft, ein liebender Gatte, ein sorglicher und hingebender Vater, dem als solcher grosser Schmerz nicht erspart blieb; mit diesen Tugenden geschmückt,

wandelte er unter uns, so wird sein Bild mit uns weiter leben. Als hervorragender Pädagoge von umfassendem Wissen und originalen Gedanken wird er in der Geschichte des Unterrichtes seine Stelle behalten; als sorgfältiger Leiter des Jahresberichtes der Physik während einer grossen Reihe von Jahren wird sein Name unter den Physikern späterer Geschlechter bewahrt bleiben. Als eine Idealgestalt des neunzehnten Jahrhunderts wird er bei den vielen Tausenden, die zufolge seiner mannigfaltigen Thätigkeit mit ihm in Berührung gekommen sind, in gesegnetem Andenken stehen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. **Nr. 7.**

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 3. Mai 1901.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Vor Eintritt in die Tagesordnung teilt der Vorsitzende mit, dass am Sonntag den 5. Mai Mittags 12 Uhr in der Aula des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums eine Gedächtnisfeier für den verstorbenen Geh. Regierungsrat Dr. B. Schwalbe stattfinden wird, zu der die Mitglieder der Gesellschaft durch das diese Feier veranstaltende Comité eingeladen sind.

Ferner macht der Vorsitzende darauf aufmerksam, dass in den Osterferien die „Société Française de Physique“ zu Paris eine Ausstellung von physikalischen Apparaten veranstaltet hat und dass im Anschlusse daran eine Reihe von Conférences abgehalten worden sind.

Der bisherige Rechnungsführer Hr. **M. Planck** erstattet Bericht über Einnahme und Ausgabe der Gesellschaft im Jahre 1900 und legt die weiter unten abgedruckte Vermögensbilanz sowie die Uebersicht des Gewinn- und Verlustcontos der Gesellschaft vor.

Hr. **E. Lampe** beantragt gemeinsam mit Hrn. **J. Lange** die Entlastung zu erteilen, da die vorgenommene Revision der Rechnungen, Bücher etc. alles in bester Ordnung ergeben habe. Dieser Antrag wird angenommen, worauf der Vorsitzende dem Rechnungsführer den Dank der Gesellschaft für seine Mühewaltung unter dem Beifall der Anwesenden ausspricht.

Der von Hrn. **M. Planck** darauf vorgelegte Voranschlag für Einnahmen und Ausgaben des neuen Geschäftsjahres wird einstimmig angenommen.

Aus den nunmehr durch Acclamation vorgenommenen Wahlen geht der neue Vorstand in folgender Zusammensetzung hervor:

Hr. L. Boltzmann, Vorsitzender.

Hr. E. Warburg, Stellvertretender geschäftsführender Vorsitzender.

Hr. W. von Bezold,
Hr. F. von Hefner-Alteneck,
Hr. O. Lummer, } Stellvertretende Vorsitzende.

Hr. M. Planck, Rechnungsführer.

Hr. Frh. von Seherr-Thoss,
Hr. E. Jahnke, } Revisoren.

Hr. H. du Bois, Schriftführer.

Hr. U. Behn,
Hr. F. Kurlbaum, } Stellvertretende Schriftführer.

Hr. H. Starke, Bibliothekar.

Hr. R. Defregger, Stellvertretender Bibliothekar.

Nach Schluss der Sitzung tritt der neugewählte Vorstand zusammen und es werden von ihm cooptirt:

Hr. A. König als Herausgeber der Verhandlungen der Gesellschaft.

Hr. K. Scheel
Hr. R. Assmann } als Redacteure der „Fortschritte der Physik".

Als Mitglieder des wissenschaftlichen Ausschusses werden dann gewählt:

Hr. L. Boltzmann;	Stellvertreter:	Hr. P. Drude.
Hr. G. Quincke;	„	Hr. E. Wiedemann.
Hr. A. Wüllner;	„	Hr. M. Wien.
Hr. A. Voller;	„	Hr. H. Krüss.
Hr. F. Kohlrausch;	„	Hr. O. Lummer.
Hr. M. Planck;	„	Hr. H. Rubens.

Hr. **M. Thiesen** macht im Anschluss an seinen in der vorigen Sitzung gehaltenen Vortrag eine kurze Bemerkung

über die BOHR'sche Anomalie.

Hr. **E. Pringsheim** entwickelt dann

eine einfache Herleitung des KIRCHHOFF'schen Gesetzes.

Hr. **E. Aschkinass** spricht darauf nach gemeinschaftlich mit Hrn. **Cl. Schaefer** angestellten Versuchen

über den Durchgang elektrischer Wellen durch Resonatorensysteme.

Hr. **O. Lummer** legt zum Schlusse eine Mitteilung vor, welche eine

neue Interferenzmethode zur Auflösung feinster Spectrallinien

betrifft, deren ausführlicher Vortrag aber wegen Zeitmangel auf die nächste Sitzung verschoben wird.

Als Mitglied wird in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. H. FRIEDRICHSEN, Tempelhof, Berliner Strasse 101.

Vermögens-Bilanz
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft
am 31. December 1900.

Activa.	Mark	Pf.	Passiva.	Mark	Pf.
Bibliothek	13 000	—	Capital-Conto	30 076	95
Effecten (Preussische Consols)	14 892	35	Friedr. Vieweg & Sohn	1 250	20
Depositengelder (bei der Deutschen Bank)	3 246	17	Stiftungsfest-Conto	149	08
Versicherungs-Conto	18	60	Gewinn- und Verlust-Conto	700	89
Fortschritte der Physik. Bd. 55. (1899.)	522	50			
„ „ „ Bd. 56. (1900.)	471	—			
„ „ „ Bd. 57. (1901.)	21	—			
Durchlaufende Rechnungen	5	50			
	32 177	12		32 177	12

Berlin, 27. April 1901.

M. Planck, Rechnungsführer.

Revidirt und richtig befunden: **E. Lampe. J. Lange.**

Gewinn- und Verlust-Conto

am 31. December 1900.

Debet.	Mark	Pf.	Credit.	Mark	Pf.
Bureaubeamter	256	42	Vortrag vom Jahre 1899	800	71
Bote, Diener	608	90	Beiträge von 161 Berliner Mitgliedern 1900. I.	1 610	—
Bücher, Zeitschriften	1 038	33	„ „ 157 „ „ 1900. II.	1 570	—
Buchbinder	496	60	„ „ 148 Auswärtigen Mitgliedern 1900.	740	—
Bibliothek, Inventar	311	30	Zinsen von Wertpapieren	525	—
Verhandlungen	255	—	Zinsen von Depositengeldern	55	30
Fortschritte der Physik. Bd. 54. (Verlag)	79	64			
„ „ „ Bd. 54. (Redaction)	547	58			
Laufende Auslagen der Redacteure	98	62			
Versicherung	19	—			
Drucksachen, Schreibmaterialien	238	35			
Porti	471	68			
Extraordinaria	178	70			
Vortrag für das Jahr 1901	700	89			
	5 301	01		5 301	01

Vorstehender Etat-Abschluss ist von der Gesellschaft genehmigt.

Berlin, 3. Mai 1901.

E. Warburg.

Ueber die Bohr'sche Anomalie;
von M. Thiesen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 3. Mai 1901.)

(Vgl. oben S. 77.)

In der letzten Sitzung dieser Gesellschaft habe ich das vorläufige Resultat von Versuchen mitgeteilt, bei denen die von Bohr angegebene und zum Teil von anderen Beobachtern bestätigte Anomalie im Verhalten des Sauerstoffs bei einem Druck von 0,7 mm Quecksilber jedenfalls nicht in der von Bohr angegebenen Grösse vorhanden war, Sauerstoff vielmehr, wenn man Fehler von einigen Tausendsteln des Millimeters in den Druckmessungen zuliess, vollkommen das Boyle-Mariotte'-sche Gesetz erfüllte.

In derselben Sitzung wurde mitgeteilt, dass auch Lord Rayleigh ein ähnliches Resultat ankündigt.

Inzwischen glaube ich aber doch in meinen Versuchen Spuren der Anomalie entdeckt zu haben und bin zu der Ansicht gekommen, dass eine solche auf den Einfluss der Wände zurückzuführen wäre. Ich beabsichtige durch weitere Versuche die Frage zu klären.

Einfache Herleitung des Kirchhoff'schen Gesetzes[1]; *von E. Pringsheim.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 3. Mai 1901.)

(Vgl. oben S. 77.)

In einem geschlossenen Raume von überall gleicher Temperatur, dessen Wände gegen Strahluug undurchlässig sind, befinde sich ein beliebiger Körper K. Die gesamte Strahlungsenergie, welche er in der Zeit 1 aussendet, sei E, in der gleichen Zeit falle auf ihn die Strahlung e, von welcher er die Menge Ae absorbire. Falls es sich um reine Temperaturstrahlung handelt, also alle Luminescenzvorgänge ausgeschlossen sind, muss nach dem Carnot'schen Princip

$$E = A\mathrm{e} \tag{1}$$

sein.

Die Gleichung (1) wenden wir auf eine sehr kleine Kugel an, welche in verschiedenen Richtungen für die verschiedenen Wellenlängen ein ganz verschiedenes Reflexions- und Extinctionsvermögen, daher auch ein ganz verschiedenes Absorptionsvermögen besitzt. Denken wir uns die Kugel um ihren Mittelpunkt gedreht, so kann die auf sie einfallende Strahlung e nur verschwindend wenig verändert werden, da für diese Aenderung nur derjenige Teil der Strahlung in Betracht kommt, welcher von der kleinen Kugel ausgegangen ist und ihr durch Reflexion und Brechung an den übrigen Körpern des Hohlraumes wieder zurückgesandt wird. Wenn in der Strahlung e bestimmte Richtungen der Strahlung oder der Polarisation bevorzugt wären, so würde sich bei der Drehung der Kugel die Grösse A für diese Strahlung stark ändern müssen, also würde auch Ae eine starke Aenderung erleiden. Dies ist aber nicht möglich, weil E von der Lage der Kugel

---

1) Teilweise schon enthalten in meinem Rapport présenté au Congrès international de Physique, Paris 1900 (Sur l'émission des Gaz.).

vollkommen unabhängig ist und es kann daher in e keine Vorzugsrichtung vorhanden sein.

Ist

$$\text{(2)} \qquad \mathrm{e} = \int_0^\infty e_\lambda \, d\lambda,$$

bedeutet also e_λ die zwischen den Wellenlängen λ und $\lambda + d\lambda$ enthaltene Strahlungsenergie und ist A_λ das Absorptionsvermögen des jetzt wieder beliebig gedachten Körpers K für ungerichtete Strahlung der Wellenlänge λ, so ist:

$$A = \frac{\int_0^\infty A_\lambda e_\lambda \, d\lambda}{\mathrm{e}},$$

oder:

$$E = \int_0^\infty A_\lambda e_\lambda \, d\lambda.$$

Bringt man nun der Reihe nach denselben Körper K in eine beliebige Anzahl verschiedener Räume, welche alle die gleiche Temperatur besitzen, aber an Gestalt und Beschaffenheit der in ihnen enthaltenen Körper ganz verschieden sind, so bleibt die Emission der Körper K unverändert, ebenso sein Absorptionsvermögen A_λ für jede bestimmte Strahlenart. Wenn in diesen verschiedenen Räumen die auf K auffallende Strahlung e_λ verschieden wäre, etwa der Reihe nach $e_{1\lambda}$, $e_{2\lambda} \ldots e_{n\lambda}$, so würden wir ein System von beliebig vielen Gleichungen der Form:

$$\int_0^\infty A_\lambda e_\lambda d\lambda = \int_0^\infty A_\lambda e_{1\lambda} d\lambda = \ldots = \int_0^\infty A_\lambda e_{n\lambda} d\lambda$$

erhalten. Da der Körper K ganz willkürlich, A_λ daher eine ganz willkürliche von e_λ unabhängige Function von λ ist, so kann diesem System von Gleichungen allgemein nur genügt werden, wenn

$$e_\lambda = e_{1\lambda} = \ldots = e_{n\lambda}$$

ist. Aus Gleichung (2) folgt, dass die Strahlung e derjenigen gleich ist, welche der Körper K aussenden würde, wenn für ihn $A = 1$ wäre, wenn er also der KIRCHHOFF'sche vollkommen schwarze Körper wäre.

Also: In einem gleichtemperirten Raume, dessen Wände für Strahlung undurchlässig sind, ist die Strahlung von der Form des Raumes und der Natur der in ihm enthaltenen Körper unabhängig. Diese Strahlung ist quantitativ und qualitativ gleich derjenigen, welche ein vollkommen schwarzer Körper aussenden würde, falls ein solcher existirte.

Wir betrachten jetzt diejenige Energie, welche das Flächenelement ds_1 des Körpers K einem anderen, in dem gleichen Hohlraum befindlichen weit entfernten Flächenelement ds_2 zustrahlt. Als Emissionsvermögen E_λ des Körpers K bezeichnen wir mit KIRCHHOFF diejenige Eigenstrahlung, welche in der Zeit 1 von ds_1 nach ds_2 gelangt, der Wellenlänge λ angehört und eine bestimmte Polarisationsrichtung besitzt. In dem gleichmässig temperirten Hohlraum geht von ds_1 die Strahlung des schwarzen Körpers aus, die gesamte Energie der betrachteten Art also, welche von ds_1 nach ds_2 gelangt, ist e_λ, wenn e_λ das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers unter den gleichen Bedingungen bedeutet. Es ist:

$$e_\lambda = E_\lambda + G_\lambda,$$

wenn wir mit G_λ die geborgte Strahlung des Elementes ds_1 bezeichnen, d. h. diejenige Energie, welche an reflectirter bez. durch K hindurchgegangener Strahlung der betrachteten Art von ds_1 ausgeht und nach ds_2 gelangt. Nach dem Reciprocitätsgesetze in Verbindung mit dem von KIRCHHOFF abgeleiteten Satze für die gegenseitige Zustrahlung schwarzer Flächen ist die Menge dieser von den übrigen im Hohlraum enthaltenen Körpern ausgehenden Strahlung, welche durch Vermittelung des Elementes ds_1 nach ds_2 gelangt, genau gleich der Menge gleichartiger Strahlung, welche auf demselben Wege in umgekehrter Richtung von ds_2 ausgegangen ist und durch Vermittelung von ds_1 zu den anderen Körpern des Hohlraumes gelangt. Denn diese Körper senden ebenso wie ds_2 alle die schwarze Strahlung aus. Nun gelangt von den betrachteten Strahlen, welche von ds_2 ausgehen, in der Zeit t die Menge e_λ nach ds_1. Ist A_λ das Absorptionsvermögen des Körpers K für diese Strahlen, so absorbirt er davon die Energie $A_\lambda\, e_\lambda$, während der Rest $(1 - A_\lambda)\, e_\lambda$ von ds_1 teils hindurchgelassen, teils reflectirt

wird und an die übrigen Körper des Raumes gelangt. Dieser Rest ist also gleich G_λ und es wird:

$$e_\lambda = E_\lambda + (1 - A_\lambda)\, e_\lambda$$

oder:

$$E_\lambda = A_\lambda\, e_\lambda. \tag{3}$$

Diese Gleichung stellt das KIRCHHOFF'sche Gesetz dar.

Die gegebene Herleitung sieht ab von den von KIRCHHOFF gemachten Annahmen, dass vollkommen schwarze Körper, vollkommene Spiegel und vollkommen diatherme Substanzen möglich sind, Annahmen, welche nicht ohne Schwierigkeiten sind, besonders wenn sie sich auf alle möglichen Wellenlängen zwischen 0 und ∞ beziehen sollen.

Eine neue Interferenzmethode zur Auflösung feinster Spectrallinien; von O. Lummer.

(Angemeldet in der Sitzung vom 3. Mai 1901.)

(Vgl. oben S. 77.)

In meiner Dissertation[1]) habe ich ausführlich die Interferenzringe discutirt, welche eine vollkommen planparallele durchsichtige Platte zeigt, wenn man durch sie nach einer ausgedehnten homogenen Lichtquelle blickt und auf Unendlich accommodirt. Statt des blossen Auges bedient man sich besser eines Fernrohres. Da diese Ringe ihr Entstehen den an beiden Flächen der Platte reflectirten Strahlen verdanken und die Phasendifferenz der interferirenden Strahlen nur von der Neigung gegen die Plattennormale abhängen, habe ich sie als „Curven gleicher Neigung“ bezeichnet. Im Gegensatz hierzu gab ich den Interferenzen an ungleich dicken, durchsichtigen Platten, wie sie das Newton'sche Farbenglas zeigt, die Bezeichnung „Curven gleicher Dicke“. Dahin gehören auch die von Fizeau an dicken Platten beobachteten Interferenzcurven, welche man bei Accommodation auf die Plattenoberfläche sieht und bei denen längs jeder Curve die Dicke die gleiche ist.

Die von mir discutirten Interferenzringe an planparallelen Platten sind übrigens vor mir schon von Haidinger[1]) beobachtet und von Mascart[3]) auch richtig erklärt worden,

---

1) O. Lummer, „Ueber eine neue Interferenzerscheinung an planparallelen Glasplatten und eine Methode, die Planparallelität solcher Gläser zu prüfen“, Wied. Ann. **23**. p. 49—84. 1884.

2) W. Haidinger, Pogg. Ann. **77**. p. 219. 1849.

3) M. Mascart, Ann. de Chim. et de Phys. (4) **23**. p. 116. 1871.

ohne aber in ihrer Tragweite erkannt worden zu sein. Durch Gegenüberstellung der „Curven gleicher Neigung" und der „Curven gleicher Dicke" gelang es mir, schon damals drei wichtige Eigenschaften und Vorzüge der Planparallelitätsringe zu erkennen, zu denen sich jetzt eine vierte, ihre Auflösungskraft feinster Spectrallinien gesellt. Da diese neue Eigenschaft innig mit jenen verbunden ist, ja sogar aus ihnen herausgelesen werden konnte, so will ich zunächst an jene erinnern.

1. Aus dem Wechsel der Helligkeit des Ringcentrums beim Verschieben der Platte längs ihrer Oberfläche kann man die Dickenänderung von Stelle zu Stelle bis auf Bruchteile einer halben Wellenlänge (unter $^1/_{10000}$ mm) messbar verfolgen.[1]) Aber auch schon die Abweichung der Curvengestalt von der Kreisform giebt Aufschluss über die geringsten Dickenunterschiede.

2. Nur durch die „Interferenzcurven gleicher Neigung" kann die Frage endgültig gelöst werden, wie lange ein Aetherteilchen gleichmässig schwingt, d. h. interferenzfähig bleibt. Diese von mir zur These gewählte Folgerung konnte ich damals aus Mangel an genügend dicken Platten nicht prüfen.[2])

3. Bei einer Glasplatte von mehreren Millimetern Dicke treten viele Tausende von Ringen auf, welche am Fadenkreuz-

---

1) Wie wenig bekannt diese Methode geworden ist, geht aus den Worten von Perot und Fabry hervor, welche noch 1899 Ann. de Chim. et Phys. (7) **16.** glauben hervorheben zu müssen, dass „l'observation de ces anneaux pourrait fournir aux constructeurs un moyen extrêmement précis de vérifier l'uniformité d'épaisseur d'une lame épaisse etc."

2) Inzwischen haben A. A. Michelson und neuerdings Perot und Fabry gezeigt, dass mittels der an planparallelen Luftplatten erzeugten Ringe thatsächlich Interferenzen bis über 400000 bez. 750000 Wellenlängen Gangunterschied nachweisbar sind. Uebrigens befindet sich H. Kayser im Irrtum, wenn er glaubt, dass man auch mittels der Curven gleicher Dicke beliebig hohe Interferenzen erhalten kann, wenn nur die benutzte Lichtquelle absolut homogen ist (vgl. H. Kayser: „Handbuch der Spectroskopie, Verlag von S. Hirzel, Leipzig 1900, Bd. I. p. 584). Wie ich in meiner Dissertation ausführlich erörtert habe, zerstören sich die „Curven gleicher Dicke" wegen der Grösse der Pupille des beobachtenden Auges nach 50000 Wellenlängenunterschied, auch wenn das Licht absolut homogen ist und ein Aetherteilchen unendlich lange gleichmässig schwingt.

schnittpunkt vorbeiwandern, wenn man von senkrechter zu immer schrägerer Incidenz übergeht. Der Winkelabstand benachbarter Ringe (bez. Ringsegmente) durchläuft hierbei ein Minimum, um bei streifender Incidenz wieder beträchtlich zu werden. Dabei nimmt die Sichtbarkeit der Ringe unter Anwendung von Natriumlicht abwechselnd ab und zu. Die Stellen, an denen die Ringe so gut wie gar nicht sichtbar waren, nannte ich „neutrale Stellen". Es waren deren bei einer Platte von 4,52 mm Dicke fünf vorhanden und zwar bei den Incidenzwinkeln von rund 22, 35, 45, 56 und 67°.

Wir wollen hier an die damals gegebene Erklärung dieser „neutralen Stellen" anknüpfen und die neue Frage hinzunehmen, wie der Verlauf der Erscheinung bei Zugrundelegung anderer Lichtarten sich gestalten müsste bez. unter welchen Bedingungen man auch beim Natriumlicht an den neutralen Stellen die Ringe sehen würde.

Wie man aus der Interferenzerscheinung am Newton'schen Farbenglas weiss, entstehen bei Anwendung weissen Lichtes nur wenige Farbenringe, da sich die den verschiedenen Farben zukommenden Ringe höherer Ordnungszahl überlagern und zerstören. Sehr viel mehr Ringe sieht man bei Anwendung des Natriumlichtes. Aber auch dieses im wesentlichen zwei Einzelwellen enthaltende Licht giebt nur eine beschränkte Anzahl von Interferenzen, da auch hier bei genügend hoher Ordnungszahl die Maxima der einen Welle auf die Minima der anderen fallen, sodass eine gegenseitige Störung eintreten muss.

Die Störung ist eine vollkommene und die Streifen verschwinden gänzlich, falls die Intensität der beiden Wellen die gleiche und der Intensitätsabfall vom Maximum zum Minimum der Interferenzerscheinung durch die Gestalt einer Sinuscurve dargestellt wird.

Ist λ die Länge der einen, λ' die der anderen absolut homogen gedachten Welle, so findet mit wachsendem Gangunterschied abwechselnd „Dissonanz" und „Consonanz" der den beiden Wellen entsprechenden Ringsysteme an Planparallelplatten statt, indem sich einmal die Minima des einen Ringsystems auf die Maxima des anderen lagern, dann die Maxima

auf die Maxima etc. Der Gangunterschied p, für den zum ersten Male Dissonanz eintritt, ist gegeben durch die Gleichung:

$$2p\frac{\lambda}{2} = (2p + 1)\frac{\lambda'}{2},$$

da nach p ganzen Wellenlängen der Welle λ die andere Welle λ' gerade einen Vorsprung von einer halben Wellenlänge hat.

Für die Linien des Natriumlichtes:

$$\lambda = 589{,}5\ \mu\mu \quad \text{und} \quad \lambda' = 588{,}9\ \mu\mu$$

wird $p = 491$, d. h. es tritt eine Dissonanz erst nach Ablauf von 491 Ringen statt. Natürlich muss sich die Dissonanz wiederholen nach $3p$, $5p$ etc. Wellenlängen Gangunterschied, während nach $2p$, $4p$ etc. Ringen vollständige Consonanz eintreten wird.

Für zwei Farben, deren Wellenlängen sich nur um den sechzigsten Teil der Differenz der D-Linien unterscheiden, ist:

$$\lambda = 589{,}5\ \mu\mu \quad \text{und} \quad \lambda' = 589{,}49\ \mu\mu,$$

und für sie würde $p = 29475$ werden, d. h. erst nach Verlauf von über 29000 Ringen würde eine Dissonanz eintreten oder die erste neutrale Stelle zu bemerken sein.

Nun ist die Phasendifferenz der Planparallelitätsringe allgemein gegeben durch die Gleichung:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 e},$$

wo d die Dicke, n der Brechungsindex der Platte und e der Distanzwinkel (gerechnet vom Lot) des betrachteten Ringes ist. Sie ist für das Centrum gleich $2nd$ und für streifende Incidenz gleich $2d\sqrt{n^2 - 1}$. Die erste Dissonanz tritt also für die D-Linien im Ringcentrum schon bei einer Plattendicke von 0,095 mm, für die 60 mal engeren Linien erst bei der Dicke von 5,711 mm ein, wo die D-Linien beinahe acht neutrale Stellen zeigen würden.

Kennt man das Verhältnis der Intensitäten der zu combinirenden Wellenlängen, so kann man leicht das Aussehen

des Phänomens berechnen, welches mit steigender Phasendifferenz eintreten muss. Umgekehrt kann man aus der Art des Verschwindens und Wiedererscheinens der Interferenzringe auf die Homogenität des Lichtes einen Rückschluss ziehen.

Es ist das grosse Verdienst Michelson's[1]), auf diese Weise zuerst nachgewiesen zu haben, dass die meisten für homogen gehaltenen Lichtarten zusammengesetzterer Natur sind und dass nur die rote Cadmiumlinie einfach zu sein scheint. Michelson bediente sich zu diesem Nachweis der an einer planparallelen Luftplatte variabler Dicke erzeugten Interferenzringe, wobei er sich freilich auf senkrechte Incidenz beschränken musste. Hierbei sei erinnert an den berühmten Versuch von Fizeau.[2]) Indem Fizeau die beiden Teile des Newton'schen Farbenglases langsam mit Hülfe einer Mikrometerschraube voneinander entfernte, konnte er bei Anwendung von Natriumlicht etwa 52 mal das periodische Verschwinden und Wiederauftreten der den beiden Natriumlinien entsprechenden Newton'schen Ringe „gleicher Dicke" beobachten.

Nur bei Anwendung der roten Cadmiumlinie erhielt Michelson Interferenzen von mehreren Hunderttausend Wellenlängen, ohne dass je ein Verschwinden oder Verwaschen der Ringe eintrat. Hier ist der Rückschluss eindeutig, dass diese Lichtart homogen ist. Dagegen enthalten die aus der Art des Verschwindens auf die Zusammensetzung des Lichtes gezogenen Rückschlüsse meist etwas Willkürliches.

Thatsächlich vermochten 1897 die Herren Perot und Fabry[3]) die Resultate Michelson's zu modificiren und die

---

1) A. A. Michelson, Phil. Mag (5) **31.** p. 338—346. 1891; **34.** p. 280—299. 1892; Journ. de Phys. (3) **3.** p. 5—22. 1894. Vgl. auch H. Kayser, Lehrbuch der Spectroskopie p. 585 ff.

2) H. Fizeau, Ann. de chim. et phys. (3) **66.** p. 429 ff. 1862.

3) A. Perot u. Ch. Fabry, Ann. de chim. et phys. (7) **12.** p. 459 bis 501. 1897; Compt. rend. 1897, 1898, 1899 und 1900; Ann. de chim. et phys. (7) **16.** 1899 und Bulletin Astron. Janvier 1899; vgl. auch M. Hamy, Compt. rend. **125.** p. 1092—1094. 1897. Das von Michelson angegebene „Stufenspectroskop" [Astrophys. Journal **8.** p. 36—47. 1898 und Journ. de phys. (3) **8.** p. 305—314. 1899] leistet ebenfalls eine vollkommene Trennung sehr enger Spectrallinien. Näheres vgl. in Kayser's Lehrbuch der Spectroskopie p. 482 ff.

Methode der Auflösung feinster Linien durch Interferenz ihres hypothetischen Charakters zu entkleiden. Sie bedienen sich ebenfalls der Interferenzringe an einer planparallelen Luftplatte von variabler Dicke, welche durch die einander parallel gestellten Flächen zweier schwach prismatischen Glasplatten gebildet wird. Dadurch, dass sie diese die Luftplatte begrenzenden Oberflächen mit einer durchsichtigen Silberschicht überziehen, erreichen PEROT und FABRY, dass die Ringsysteme zweier Wellenlängen sich bei der Dissonanz nicht auslöschen, sondern gleichzeitig dem Auge sichtbar werden. Lässt man die Dicke der planparallelen Luftplatte von Null an grösser und grösser werden, so beginnen je nach der Wellenlängendifferenz der beiden Farben die Ringe sich früher oder später in zwei zu spalten, indem an den Stellen der Dissonanz die Minima des einen Systems genau inmitten der Minima des andern Systems auftreten, um bei weiter wachsendem Gangunterschied sich wieder einander näher und näher zu rücken und schliesslich in ein Ringsystem zusammenzufliessen.

PEROT und FABRY sind durch die Discussion der Intensitätsformel für die NEWTON'schen Ringe unter Berücksichtigung der vielfach an der Luftlamelle reflectirten Strahlen darauf geführt worden, die Begrenzungsfläche ihrer Luftplatte zu versilbern, um eben vielfach reflectirte Strahlen zu erhalten. Solange nämlich nur die bei gewöhnlicher Reflexion auftretenden zwei Spiegelbilder (infolge Reflexion an der vorderen und hinteren Fläche der Planparallelplatte) wirksam sind, geht der Intensitätswechsel zwischen den Minimis und Maximis nach Art einer Sinuslinie vor sich, sodass die beiden Ringsysteme sich bei der Dissonanz auslöschen müssen, zumal wenn die Intensität beider Wellensorten die gleiche ist.

Ist hingegen der Intensitätsabfall, wie bei den Gittererscheinungen, vom Maximum zum Minimum ein rapider, dann löschen sich die beiden Ringsysteme nicht nur nicht aus, sondern es treten an den Stellen der Dissonanz deutlich die Maxima des einen Ringsystems auf den Minimis des anderen hervor. Die grössere oder geringere Deutlichkeit hängt von der relativen

Intensität beider Wellenarten ab, die Schmalheit und Schärfe der einzelnen Maxima jedoch vom Intensitätsabfall allein.

Zur eingehenden Betrachtung des Einflusses der vielfach reflectirten Strahlen auf den Intensitätsabfall und die Schärfe der Streifen wurde ich ohne Kenntnis der Perot und Fabry'schen Arbeiten durch das Studium der „Complementärerscheinung im reflectirten Lichte“ angeregt[1], welche ihre Existenz lediglich den vielfach reflectirten Strahlen verdankt.

Erzeugt man eine planparallele Luftschicht zwischen den Hypotenusenflächen zweier rechtwinkligen Glasprismen und beobachtet die in der Nähe der totalen Reflexion auftretenden Interferenzringe, so erhält man einen ganz verschiedenen Intensitätsabfall je nach der Anzahl der mitwirkenden, vielfach reflectirten Strahlen. Diesen Zusammenhang kann man bequem studiren bei der von mir angegebenen Versuchsanordnung, bei welcher ein enges einfallendes Strahlenbündel nach erlittener Reflexion als eine Schar räumlich getrennter Strahlenbündel austritt, die man beliebig abblenden kann, ehe sie vom Fernrohre in einem Punkte zur Interferenz gebracht werden.

Stellt man die das einfallende Büschel begrenzende Oeffnung so, dass möglichst viele Strahlenbündel sich entwickeln können, so entstehen im reflectirten Lichte nahe der Totalreflexion haarscharfe Minima und im durchgehenden Lichte haarscharfe Maxima. Sei es nun, dass man die vielfach reflectirten Strahlenbündel der Schar abblendet oder sich von der Grenze der Totalreflexion allmählich entfernt, wodurch von selbst die Anzahl der Spiegelbilder kleiner und kleiner wird, bei beiden Operationen nimmt die Schärfe der Interferenzringe ab. Also nur wenn möglichst viele Spiegelbilder der Eintrittsöffnung mitwirken, welche man übrigens bei Fortnahme des Oculars deutlich vor dem Objectiv liegen sieht, ist der Intensitätsabfall ein steiler und die Definition der Streifen eine vorzügliche. Die Complementärerscheinung entsteht durch Abblendung des ersten und zweiten Spiegelbildes; demnach ist

---

1) O. Lummer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 3. Mai 1900. p. 504—513.

auch sie nur innerhalb eines sehr kleinen Bereiches, nahe der Totalreflexion, lichtstark und scharf ausgeprägt, da nur hier eine grosse Anzahl von Spiegelbildern entsteht.

Bei Mitwirkung einer recht grossen Zahl vielfach reflectirter Büschel, bei Anwendung des Quecksilberlichtes[1]) und unter Benutzung einer Luftlamelle geringer Dicke gehört die Complementärerscheinung mit ihren farbigen haarscharfen Maximis auf dunklem Grunde zu den schönsten Interferenzerscheinungen, die ich kenne. Entsprechend dem verschiedenen Winkel der Totalreflexion entwickeln die verschiedenen Farben ihre Systeme an verschiedenem Orte der Brennebene des Beobachtungsfernrohres, sodass die blauen erst beginnen, wenn die roten schon an Zahl beträchtlich sind. Entsprechend der ausserordentlichen Schärfe und Feinheit der Streifen sieht man auch da, wo sich die verschiedenen Farben überlagern, alle verschiedenfarbigen Streifen deutlich nebeneinander.

Abgesehen von dem theoretischen Interesse, welches diese Erscheinung darbot, erschien sie mir noch aus einem anderen praktischen Grunde interessant. Ich glaubte nämlich, dass die durch vielfache Reflexion in der Nähe der Totalreflexion erhaltene Schar von Strahlenbündeln in ihrer Wirkung dem Stufenspectroskop von Michelson ähneln, an Leistung dasselbe aber überbieten müsste, falls nur die Anzahl der vielfach reflectirten Büschel die Anzahl der Stufen übertreffen und ausserdem die Phasendifferenz zwischen den homologen Strahlen benachbarter Büschel derjenigen zweier Stufen gleichkommen würde.

Leider erreicht man bei einer Luftplatte zwischen zwei Prismen niemals beide Bedingungen zugleich, auch wenn man die Luftplatte noch so dick wählt. Stets sind in der Nähe der Totalreflexion, also gerade da, wo die vielfachen Strahlen wirksam sind, die Phasenunterschiede benachbarter Bündel

---

1) Ich bediene mich der Arons'schen Quecksilberlampe in der von mir angegebenen Form (vgl. Vereinsblatt d. Deutschen Gesellsch. für Mechanik u. Optik Nr. 12. p. 93. 1896; vgl. auch L. Arons, Wied. Ann. 58. p. 73, Anmerkung. 1896 und Eder's Jahrbuch f. Photogr. 1896.

sehr unerheblich. Im Grenzfalle der Totalreflexion ist der Gangunterschied sogar gleich Null.

Um den Vorteil der vielfach reflectirten Strahlen, den rapiden Intensitätsabfall der Interferenzringe nämlich, mit demjenigen einer grossen Wegdifferenz zwischen benachbarten Büscheln einer Schar zu vereinigen, verliess ich daher die Luftplatte zwischen zwei rechtwinkligen Prismen und kehrte zu den in meiner Dissertation behandelten Ringen an einer planparallelen Glasplatte zurück.

Dass man die Complementärerscheinung auch an einer Glasplatte beobachten kann, wenn man streifende Incidenz wählt, habe ich schon in der betreffenden Abhandlung erwähnt. Um aber eine grosse Anzahl vielfacher Bilder zu erhalten, bedurfte es planparalleler Platten von relativ grossen Dimensionen.

Hier mussten sich bei schräger Incidenz der Strahlen und bei genügender Dicke der Platte beide Vorteile von selbst darbieten. Meine Erwartung bestätigte sich vollkommen, als ich aus der optischen Werkstätte von Hrn. Haecke in Berlin eine vorzügliche planparallele Glasplatte von 15 cm Durchmesser und etwa 5,3 mm Dicke erhielt, welche er mir gütigst zur Verfügung stellte. Die mit Hülfe der Ringe untersuchte Platte muss als ein Meisterwerk der Glasschleifekunst hingestellt werden, da sie längs eines Durchmessers kaum zwei Wechsel der Helligkeit des Ringcentrums zeigt. Entsprechend ihrer Ausdehnung entwickelt sie bei streifender Incidenz eine grosse Anzahl von Spiegelbildern und demgemäss sind hier die Minima im reflectirten Lichte (bez. die Maxima der Complementärerscheinung) von grosser Feinheit und Schärfe.

Zunächst erlebte ich auch hier eine Enttäuschung. Indem ich das im Knallgasgebläse erzeugte Natriumlicht verwendete, erhielt ich selbst bei der grössten Anzahl vielfach reflectirter Strahlenbündel gar keine Interferenzen. Nur wenn ich die Lichtstärke des Natriumlichtes genügend verringerte, erschienen bestenfalls verwaschene Streifen. Es machte sich hier derselbe Uebelstand geltend, der mir bei meiner Doctorarbeit einen Streich gespielt und mich statt der gleichzeitigen Sichtbarkeit beider Systeme der D-Linien, lediglich deren neutrale Stellen beobachten liess. Der Grund ist

folgender: Macht man, um viele Bilder zu erhalten, das Natriumlicht recht intensiv (Natronstift im Knallgasgebläse), dann verbreitern sich die D-Linien so sehr, dass jede ein ganzes Conglomerat von Wellen darstellt, die sich in ihrer Wirkung bei so hohem Gangunterschiede notwendig zerstören müssen. Um daher hier überhaupt noch Interferenzstreifen zu erhalten, muss man das Natriumlicht recht lichtschwach nehmen. Damit fallen aber die vielfach reflectirten Strahlen fort und die Ringe treten bestenfalls an den Stellen der Consonanz auf, während sie bei vorhandener Dissonanz wegen des sinusartigen Intensitätsabfalles die „neutralen Stellen" bilden.

Sobald ich die Natriumlichtquelle durch die Quecksilberlampe ersetzte, sah ich bei streifender Incidenz die schärfsten Streifen trotz der verschiedenfarbigen im Quecksilberlicht enthaltenen Lichter. Dass diese sich in ihrer Wirkung nicht aufheben, spricht einesteils für deren Homogenität, anderenteils für die Feinheit der Streifen.

Um jede einzelne Lichtsorte für sich prüfen zu können, schaltete ich in den Strahlengang mehrere RUTHERFORD'sche Prismen ein, sodass die Anordnung folgende war: Quecksilberlampe, Collimatorrohr, Prismen, kleine variable Oeffnung, Glasplatte, Fernrohr. Besonders fasste ich die beiden gelben Linien des Hg-Lichtes ins Auge, deren Abstand voneinander über dreimal so gross ist als derjenige der D-Linien. Bei ihnen tritt die erste Dissonanz schon nach 147 ganzen Wellenlängen ein, also müsste die grosse Platte von 5,3 mm Dicke beim Uebergang von senkrechter zu streifender Incidenz eine ganz beträchtliche Anzahl von Dissonanzstellen aufweisen. Ferner müssten, wenn meine Theorie richtig ist, diese Stellen bei senkrechter Incidenz sogenannte „neutrale" sein, also keine Ringe, bei streifender Incidenz aber die doppelte Ringanzahl zeigen wie jede Linie für sich. Der Versuch bestätigt dies vollkommen. Man stellt ihn im reflectirten oder durchgehenden Lichte am besten bei einer so grossen Dispersion der Prismen an, dass noch bei endlicher Spaltbreite die gelben Linien getrennt erscheinen. Verbreitert man jetzt den Spalt, so überlagern sich die beiden gelben Spaltbilder zum Teil und man sieht in der Brennebene des Fernrohres das von jeder

Linie einzeln erleuchtete Stück und das von beiden zugleich beleuchtete nebeneinander.

Beim Drehen der Platte erblickt man dann, wie abwechselnd die beiden Systeme Consonanz und Dissonanz zeigen und sich demnach im gemeinschaftlichen Stück die Ringe voneinander loslösen, verdoppeln und wieder vereinigen. Da die sichtbaren Interferenzcurven Kreissegmente sind, welche eine verticale Richtung haben, so stellt man besser den Spalt des Collimators schief, damit die Minima oder Maxima schief zu den Rändern des Spaltbildes stehen.

Welches ist nun die Erscheinung, wenn jede der beiden gelben Hauptlinien wiederum aus getrennten Linien besteht? Nach den neuesten Versuchen von Perot und Fabry hat thatsächlich jede der gelben Hg-Linie einen Trabanten geringerer Lichtsärke, von deren Existenz ich mich wenn auch mühsam mit Hülfe eines vorzüglichen Plangitters nach Rowland und eines Winkelsecunden auflösenden Spectrometers überzeugen konnte. Es handelt sich hier also nur um Trabanten, deren Wellenlänge sehr nahe gleichkommt derjenigen der zugehörigen Hauptlinie.

Falls die neue Interferenzmethode also diese feinen Doppellinien aufzulösen vermag, muss sie innerhalb der Minimis jeder einzelnen Hauptlinie notwendig neue Minima zeigen, deren Abstände von den Hauptminimis sich beim Drehen der Platte nur sehr langsam verändern dürfen.

Thatsächlich treten bei genügend schräger Incidenz in jedem gelben Spaltbilde ausser den Hauptstreifen auch noch Nebenstreifen auf, deren relative Lage in beiden Bildern verschieden ist. Aber auch die Hauptminima erwecken den Anschein, als ob sie nicht absolut homogenem Lichte zukämen. Ueber die näheren Resultate will ich jedoch hier noch nichts aussagen, da ihre Richtigkeit erst näher geprüft werden muss. Nur möchte ich betonen, dass, wenn die von der grossen Glasplatte erzeugte Erscheinung, zumal in ihren feineren Details, ihre Entstehung nicht störenden Einflüssen verdankt, die Zusammensetzung der gelben und vielleicht auch der grünen Quecksilberlinie eine complicirtere ist, als sie von Michelson

und neuerdings in eindeutiger Weise von PEROT und FABRY erkannt worden ist.

Beobachtet man im reflectirten Lichte, so kann man die eigentliche Erscheinung durch Abblendung der ersten beiden Büschel der Schar in ihre complementäre verwandeln, deren Aussehen der Erscheinung im durchgehenden Lichte ähnelt. Auch sie zeigt die Trabanten der gelben Hauptlinien. Einen ähnlichen Effect wie durch Abblendung von Einzelbüscheln kann man durch Anwendung NICOL'scher Prismen erzielen. Schaltet man nach den RUTHERFORD'schen Prismen den Polarisator und vor das Fernrohrobjectiv (oder besser vor das Ocular) den Analysator in den Strahlengang, so kann man je nach der Stellung beider Nicols die Interferenzerscheinung wesentlich modificiren. Die bei einer gewissen Stellung beider Nicols eintretende Verdoppelung der Minima habe ich an der Luftplatte zwischen zwei rechtwinkligen Prismen schon vor Jahren beobachtet.[1]) Auf diese interressanten Erscheinungen bei Anwendung polarisirten Lichtes und die Veränderung des von den vielfach reflectirten Strahlen gebildeten Ringsystems bei Drehung der NICOL'schen Prismen komme ich später zurück.[2]) Ich glaubte sie aber schon hier erwähnen zu sollen, um anzudeuten, dass erst nach Erörterung aller ähnlichen Einflüsse das bei streifender Incidenz an einer planparallelen Platte beobachtete Phänomen bindende Rückschlüsse auf die Beschaffenheit des benutzten Lichtes erlaubt. Dass die kleinen Fehler in der Planparallelität der Platte keinen wesentlichen Einfluss ausüben, scheint mir daraus hervorzugehen, dass eine Drehung der Platte in sich die Erscheinung nur unwesentlich ändert.

---

1) Vgl. MÜLLER-POUILLET, Optik 9. Auflage, herausgegeben von L. PFAUNDLER und O. LUMMER, 2. p. 935. Verlag von FR. VIEWEG & SOHN, Braunschweig 1897; ferner O. LUMMER, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 24. p. 513. 1900.

2) Könnte man bewirken, dass die Intensität aller Partialbüschel einander vollkommen gleich würde, dann ähnelte dieser Interferenzapparat dem Stufenspectroskop von MICHELSON. Bei der natürlichen infolge der Reflexion bewirkten Intensitätsabnahme von Büschel zu Büschel läuft meine Methode im wesentlichen auf die von PEROT und FABRY hinaus.

Zum Schluss sei noch darauf hingewiesen, dass bei den Interferenzringen an einer unbelegten Platte thatsächlich aus der Discussion des unter Berücksichtigung aller vielfach reflectirten Strahlen gewonnenen Intensitätsausdruckes der Intensitätsabfall und damit die Schärfe und die Auflösungskraft der Ringe berechnet werden kann. Die Intensität aller reflectirten bez. durchgehenden Einzelwellen ist:

$$J_{1 \text{ bis } \infty} = \frac{a^2}{1 + \frac{(1-\sigma^2)^2}{4\,\sigma^2 \sin^2 \beta/2}} \quad \text{bez.} \quad \frac{a^2}{1 + \frac{4\,\sigma^2 \sin^2 \beta/2}{(1-\sigma^2)^2}},$$

wo a die Amplitude der einfallenden Welle, σ das Reflexionsvermögen der Glasplatte und β die Phasendifferenz bedeutet; es schwankt also $\sin \beta/2$ vom Maximum zum Minimum zwischen Eins und Null im reflectirten, zwischen Null und Eins im durchgehenden Lichte.

Thatsächlich erkennt man bei grossem Werte von σ den schnellen Wechsel von $J_{1 \text{ bis } \infty}$. Soll aber der entsprechende rapide Intensitätsabfall nicht nur auf dem Papier, sondern auch beim Phänomen sich abspielen, so ist es notwendig, dass alle vielfach reflectirten Strahlen auch zur Erscheinung beitragen. Zum Vergleich will ich noch die in meiner Abhandlung über die Complementärstreifen abgeleiteten Intensitätsausdrücke wiederholen, welche für den Fall gelten, dass nur die beiden ersten oder nur die übrigen Büschel der Schar wirksam werden. Es ist:

$$J_{1,2} = a^2 \sigma^6 + 4\,a^2 \sigma^2 (1 - \sigma^2) \sin^2 \frac{\beta}{2}$$

und:

$$J_{3 \text{ bis } \infty} = \frac{a^2 \sigma^6}{1 + \frac{4\,\sigma^2 \sin^2 \beta/2}{(1-\sigma^2)^2}}.$$

Die Interferenzerscheinung ($J_{1,2}$) der beiden gewöhnlichen Bilder besitzt stets einen sinusartigen Intensitätsabfall, der sich bei wachsendem Reflexionsvermögen (σ) über eine an Intensität zunehmende allgemeine Helligkeit lagert, somit immer verwaschenere Streifen erzeugt. Die Complementär-

erscheinung ($J_{3 \text{ bis } \infty}$) zeigt einen ähnlich schnellen Abfall wie die Gesamterscheinung $J_{1 \text{ bis } \infty}$; dabei wird die Wirkung der Einzelwellen 3 bis ∞ im reflectirten Lichte mit wachsendem Werte von σ immer ähnlicher der Wirkung aller Wellen im durchgehenden Lichte. Wie sich die Erscheinung gestaltet, wenn nur eine beschränkte Anzahl von Bildern wirkt, wie es bei Versilberung der Glasflächen stets der Fall sein dürfte, kann nur eine nähere Rechnung ergeben.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. Nr. 8.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 17. Mai 1901.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **O. Lummer** spricht über

eine neue Interferenzmethode zur Auflösung feinster Spectrallinien

und unterstützt seine Ausführungen durch eine Anzahl von Demonstrationen.

Als Mitglied wird in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. J. Precht in Heidelberg, Brückenstrasse 28.

Jahrg. 3. Nr. 9.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 7. Juni 1901.

Vorsitzender: Hr. E. WARBURG.

Hr. **H. Starke** demonstrirt

einen Unterbrecher hoher Schwingungszahlen zur Anwendung bei der Bestimmung von Leitfähigkeiten etc. mittels WHEATSTONE'scher Brücke und Telephon.

Hr. E. WARBURG berichtet über eine Untersuchung des Hrn. **Gehrcke** betreffend

die Geschwindigkeitsänderung der Kathodenstrahlen bei der Reflexion.

Jahrg. 3. Nr. 10.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 21. Juni 1901.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **E. Warburg** spricht

über die Polarisationscapacität des Platins

und berichtet dann über eine Untersuchung des Hrn. **Bruce Hill** betreffend

die calorimetrischen Eigenschaften der ferromagnetischen Körper.

Hr. **E. Lampe** macht darauf

Bemerkungen zu der Frage nach der günstigsten Form der Geschossspitzen gemäss der Newton'schen Theorie.

Hr. **E. Aschkinass** beschreibt und demonstrirt

die nachträgliche Wirkung der Becquerelstrahlen auf die Haut.

Ueber die Polarisationscapacität des Platins; *von E. Warburg.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 21. Juni 1901.)

(Vgl. oben S. 101.)

---

§ 1. An einer polarisirbaren Elektrode bestehe ein harmonischer Wechselstrom $j = a . \sin m t$. Nimmt man an, dass die polarisirenden Producte der Elektrolyse sich der Elektrode auflagern, ohne durch andere Vorgänge von ihr fortgeführt zu werden, dass die elektrolytischen Veränderungen mit der Stromrichtung sich umkehren, dass endlich die Polarisation der aufgelagerten Stoffmenge proportional ist, dann ergiebt sich die Polarisation der durchgegangenen Elektricitätsmenge proportional; das Verhältnis

$$\frac{\text{durchgegangene Elektricitätsmenge}}{\text{Polarisation}} = \text{Polarisationscapacität } C$$

ist also constant. Da ferner der Strom erst $^1/_4$ Schwingungsdauer nach Erreichung seines Maximalwertes seine Richtung wechselt, so tritt das Maximum der Polarisation um $^1/_4$ Schwingungsdauer später ein, als das Maximum der Stromstärke. Der periodisch variabele Teil der Polarisation ist unter diesen Voraussetzungen

$$p = \frac{a}{C . m} \cdot \sin\left(m t - \frac{\pi}{2}\right), \tag{1}$$

wo C constant ist. Dieser von F. Kohlrausch[1]) behandelte Fall mag als Fall 1 bezeichnet werden.

Die Elektroden der Natur zeigen ein von dem Fall 1 mehr oder weniger abweichendes Verhalten. Das Maximum der Polarisation bleibt um weniger als $^1/_4$ Schwingungsdauer hinter dem Maximum der Stromstärke zurück, und die Polarisationscapacität C nimmt mit wachsender Schwingungsdauer ab, sodass

$$p = \frac{a}{C . m} \cdot \sin\left(m t - \left(\frac{\pi}{2} - \psi\right)\right), \tag{2}$$

---

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 148. p. 443. 1872.

wo ψ zwischen 0 und $\pi/4$ liegt und C mit wachsendem m abnimmt.[1]) So fand M. WIEN l. c. für ausgeglühtes blankes Platin $\psi = 3^0\,30'$, die Capacität pro qcm C_1 38,9 oder 38,0, je nachdem $m/2\pi = 128$ oder 256 war. Viel stärker sind nach demselben Autor die Abweichungen für platinirtes Platin in verdünnter Schwefelsäure, nämlich $\psi = 31^0$ und C_1 2530, 2205, 1515, je nachdem $m/2\pi = 64$, 128, 256 ist.

Diese Ergebnisse können durch Berücksichtigung von Vorgängen erklärt werden, welche die elektrolytischen Producte von den Elektroden fortführen. Ein solcher Vorgang ist die Diffusion. Diese bewirkt, dass die elektrolytischen Producte an der Elektrode langsamer als die Stromstärke wachsen; dabei muss die Wirkung der Diffusion um so mehr zurücktreten, je schneller die Stromwechsel erfolgen, oder die Capacität muss mit wachsender Schwingungszahl abnehmen. Ferner ist auch ersichtlich, dass wegen der Diffusion das Maximum der Polarisation um weniger als $^1/_4$ Schwingungsdauer hinter dem Maximum der Stromstärke zurückbleiben muss.

Wenn nun, wie z. B. bei der Elektrolyse des Silbernitrates zwischen Silberelektroden, die Wirkung des Wechselstromes darauf hinausläuft, die Concentration der Salzlösung an der Elektrode periodisch zu verändern, so lässt sich die Theorie mit Berücksichtigung der Diffusion vollständig bis zur zahlenmässigen Auswertung der Capacität durchführen, wobei der Diffusionstheorie gemäss die durch den Strom zu der Elektrode hingeführte Salzmenge gleich der durch Diffusion von ihr fortgeführten zu setzen und die HELMHOLTZ'sche Theorie des Concentrationselementes anzuwenden ist. Dabei ergiebt sich für unendlich kleine Stromoscillationen das Resultat, dass $\psi = \pi/4$ und C mit $\sqrt{m}$ umgekehrt proportional ist.[2])

Die Bedingungen dieses Falles hat Frl. NEUMANN[3]) bei der Polarisation von Quecksilber in verdünnter Schwefelsäure, welche mit Quecksilbersulfat gesättigt ist, sowie von Silber in

1) M. WIEN, Wied. Ann. 58. p. 37. 1896; E. ORLICH, Inaugural-Dissertation, Berlin 1896.

2) E. WARBURG, Verhandl. d. physik. Gesellsch. zu Berlin 15. p. 120. 1896; Wied. Ann. 67. p. 493. 1899.

3) E. NEUMANN, Wied. Ann. 67. p. 499. 1899.

verdünnter Salpetersäure mit Zusatz von Silbernitrat realisiren können.

Dieser Fall (Fall 2) und der von F. KOHLRAUSCH behandelte (Fall 1) stellen Grenzfälle dar, zwischen denen die meisten in der Natur vorkommenden Fälle liegen, ohne den einen oder anderen zu erreichen.

Daraus scheint hervorzugehen, dass in der Regel nur ein Teil der elektrolytischen Zersetzungsproducte der Diffusion verfällt, während der andere Teil der Elektrode sich auflagert, und ohne eine Rechnung anzustellen kann man erwarten, dass diese Annahme zu Formeln führe, welche den Beobachtungen angepasst werden können. Gleichwohl mag eine Entwickelung solcher Formeln, wie ich im Folgenden sie zu geben mir erlauben möchte, nicht überflüssig erscheinen.

§ 2. Ich betrachte den am meisten untersuchten Fall der Polarisation des Platins in verdünnter Schwefelsäure. Der Strom liefert in diesem Falle an der Kathode Wasserstoff, an der Anode Sauerstoff und Schwefelsäure. Die Polarisation sehe ich als bedingt durch die gasförmigen Producte an, deren Wirkungsweise dahinstellend und vernachlässige die Wirkung der Concentrationsänderung der Schwefelsäure.

Ueber dem Elektrolyten, in welchem die Platinelektrode untergetaucht ist, lagere eine Atmosphäre von Wasserstoff von constantem Druck, bei diesem seien das Platin und der Elektrolyt mit Wasserstoff gesättigt, also untereinander und mit dem Wasserstoff im Gleichgewicht. Wir nehmen an, dass der an der Anode abgeschiedene Sauerstoff ganz zur Oxydation des Wasserstoffs verwendet werde; dann kommt die chemische Wirkung des Wechselstroms auf die Grenzfläche darauf hinaus, dass derselben abwechselnd Wasserstoff zugeführt und entzogen wird. Würde der zugeführte Wasserstoff ganz der Diffusion in das Platin und in den Elektrolyten verfallen, dann erhielte man den Grenzfall 2.

Ich will nun die § 6 näher zu begründende Annahme machen, dass an der Oberfläche des Platins eine Belegung mit Wasserstoff von der Flächendichte Γ lagert, welche eine Function der räumlichen Dichte γ des Wasserstoffs im Elektrolyten ist. Ferner werde vorausgesetzt, dass die Diffusion im Elektrolyten sowohl wie im Platin dem FICK'schen Diffusionsgesetz folgt,

und dass auch für Platin ein BUNSEN'scher Absorptionscoefficient angenommen werden kann.

§ 3. Sei nun die z-Axe senkrecht zur Elektrode, der Anfang der z liege in dieser, die positive Seite der z-Axe im Elektrolyten, die negative im Platin.

Nach den gemachten Annahmen ist

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \varkappa \cdot \frac{\partial^2 \gamma}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial \gamma'}{\partial t} = \varkappa' \cdot \frac{\partial^2 \gamma'}{\partial z^2}, \tag{3}$$

wo γ, γ' die räumliche Dichte des Wasserstoffs im Elektrolyten bez. im Platin, $\varkappa$, $\varkappa'$ die Diffusionsconstanten des Wasserstoffs in diesen Körpern bedeuten.

An der Grenzfläche zwischen Platin und Elektrolyt ($z = 0$) muss sein

$$\frac{j}{q} \cdot \frac{\mathfrak{A} \cdot A}{107{,}9} = g \sin m t = - \varkappa \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial z} + \varkappa' \cdot \frac{\partial \gamma'}{\partial z} + \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \tag{4}$$

wo j die Stromstärke, q den Querschnitt des Elektrolyten, A das elektrochemische Aequivalent des Silbers, $\mathfrak{A}$ das Aequivalentgewicht des Wasserstoffs, Γ die Oberflächendichte des Wasserstoffs an der Grenzfläche bedeutet. Γ ist Function von γ, sodass

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \gamma} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \mu \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t}. \tag{4a}$$

Sind, wie wir annehmen, die Stromoscillationen unendlich klein, so kann μ als Constante behandelt werden.

Weiter muss sein für $z = 0$

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{\alpha}{\alpha'}, \tag{5}$$

wo α, α' die BUNSEN'schen Absorptionscoefficienten des Wasserstoffs im Elektrolyten bez. im Platin bedeuten.

Endlich ist für

$$\begin{cases} z = +\infty & z = -\infty, \\ \gamma = \gamma_0 & \gamma' = \gamma_0 \cdot \dfrac{\alpha'}{\alpha}, \end{cases} \tag{6}$$

wenn γ_0 die Dichte des Wasserstoffs im Elektrolyten für den stromlosen Zustand bedeutet.

§ 4. Den Bedingungen (3) bis (6) genügen die Ausdrücke

$$(7)\quad \begin{cases} \gamma = \gamma_0 - B.g.e^{-\frac{z}{\zeta}}.\cos\left(mt - \frac{z}{\zeta} + \vartheta\right), \\ \gamma' = \gamma_0 \cdot \frac{\alpha'}{\alpha} - B.g.e^{-\frac{z}{\zeta'}}.\cos\left(mt + \frac{z}{\zeta'} + \vartheta\right), \\ \text{wo} \\ \zeta = \sqrt{\frac{2\varkappa}{m}}, \quad \zeta' = \sqrt{\frac{2\varkappa'}{m}}, \quad g = \frac{A.\mathfrak{A}}{107,9} \cdot \frac{a}{q}, \\ \operatorname{tg}\vartheta = \frac{1}{1 + \mu . \sqrt{\frac{2m}{\varkappa_1}}}, \quad \varkappa_1 = \varkappa . \delta, \quad \delta = \left(1 + \frac{\alpha'}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\varkappa'}{\varkappa}}\right)^2, \\ B = \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{\frac{m\varkappa_1}{2}}}, \end{cases}$$

und alle Wurzelzeichen positiv zu nehmen sind.

Für $\varkappa' = 0$ wird $\delta = 1$, $\varkappa_1 = \varkappa$. Daraus folgt, dass man bei der Berechnung der Wasserstoffdichte γ von der Diffusion im Platin hätte absehen können, wenn man anstatt der Diffusionsconstante $\varkappa$ die grössere, nämlich δ fache, $\varkappa_1$ in Rechnung gebracht hätte.

Die elektromotorische Kraft e an der Berührungsfläche zwischen dem Platin und dem Elektrolyten kann als Function von γ in $z = 0$ angesehen werden. Für unendlich kleine Oscillationen ist dann

$$(8)\qquad \frac{\partial e}{\partial \gamma} = \frac{e - e_0}{\gamma - \gamma_0} = \frac{p}{\gamma - \gamma_0}.$$

Also

$$p = (\gamma - \gamma_0)_{z=0} \cdot \left(\frac{\partial e}{\partial \gamma}\right)_{\gamma = \gamma_0} = -B.g.\cos(mt + \vartheta).\left(\frac{\partial e}{\partial \gamma}\right)_{\gamma = \gamma_0},$$

oder

$$(9)\qquad p = g \cdot \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{\frac{m\varkappa_1}{2}}} \cdot \left(\frac{\partial e}{\partial \gamma}\right)_{\gamma = \gamma_0} . \sin\left(mt - \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right)\right).$$

Durch Vergleichung dieses Ausdruckes mit (2) findet man $\psi = \vartheta$ und folgende Endformeln für die Phasengrösse ψ und die Capacität $C_1 = (Q/q)$

$$(10)\quad \begin{cases} \operatorname{tg}\psi = \dfrac{1}{1+\mu\cdot\sqrt{\dfrac{2m}{\varkappa_1}}}, \quad \varkappa_1 = \varkappa . \left(1 + \dfrac{\alpha'}{\alpha}\cdot\sqrt{\dfrac{\varkappa'}{\varkappa}}\right)^2. \\ C_1 = \dfrac{107{,}9}{A . \mathfrak{A}}\cdot\dfrac{1}{\left(\dfrac{\partial e}{\partial \gamma}\right)_{\gamma=\gamma_0}}\cdot\dfrac{\sqrt{\dfrac{\varkappa_1}{2m}}}{\sin\psi}. \end{cases}$$

§ 5. Ist nun

1. $\mu . \sqrt{2m/\varkappa_1}$ unendlich gross gegen 1, so ist

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{1}{\mu\sqrt{\dfrac{2m}{\varkappa_1}}}$$

unendlich klein und gleich $\sin\psi$. Mithin $\psi = 0$

$$C_1 = \frac{1}{\left(\dfrac{\partial e}{\partial \gamma}\right)_{\gamma=\gamma_0}}\cdot\frac{107{,}9}{A . \mathfrak{A}}$$

unabhängig von der Schwingungsdauer und man hat den Grenzfall 1.

Ist

2. $\mu . \sqrt{2m/\varkappa_1}$ unendlich klein gegen 1, so wird

$$\operatorname{tg}\psi = 1, \quad \psi = \frac{\pi}{4}, \quad \sin\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{\varkappa_1}{m}}\cdot\frac{1}{\left(\dfrac{\partial e}{\partial \gamma}\right)_{\gamma=\gamma_0}}\cdot\frac{107{,}9}{A . \mathfrak{A}}$$

und man hat den Grenzfall 2, in welchem C_1 proportional $1/\sqrt{m}$ und $\psi = (\pi/4)$ wird.

Die gewöhnlich vorkommenden Fälle, welche zwischen den Grenzfällen 1 und 2 liegen, werden durch die allgemeinen Formeln (10) dargestellt, wenn $\mu = (\partial\Gamma/\partial\gamma)$ positiv angenommen wird.

Alsdann liegt ψ zwischen 0 und $\pi/4$ und nimmt C_1 langsamer als $1/\sqrt{m}$ ab, da $\sin\psi$ mit wachsendem m abnimmt. In der That ist für ψ nie ein Wert grösser als $\pi/4$ beobachtet worden, und es ist kein Fall gefunden, in welchem C_1 mit wachsendem m schneller als $1/\sqrt{m}$ abnehme.

§ 6. Bei der Unterscheidung der Fälle spielt eine wichtige Rolle die Grösse $\mu = (\partial\Gamma/\partial\gamma)$, über welche sich leider für den absorbirten Wasserstoff nichts direct ermitteln lässt. Doch

kann man das Verhalten dieser Grösse in einem anderen Falle bestimmen. Zusatz von Quecksilbersulfat zu wässerigen Salzlösungen oder zu Wasser verkleinert die Constante der Oberflächenspannung der Grenzfläche dieser Körper gegen Quecksilber.[1]) Daraus lässt sich thermodynamisch ableiten, dass die Concentration des Quecksilbersulfats in der Nähe der Oberfläche grösser sein muss als im Innern, was nach GIBBS durch eine gewisse, zu der homogenen Raumerfüllung im Innern hinzukommende Oberflächendichte Γ des Quecksilbersulfats beschrieben werden kann, und zwar liefert die Thermodynamik für Γ den Wert[2]):

$$\Gamma \cdot \frac{\partial F}{\partial \gamma} + \frac{\partial \sigma}{\partial \gamma} = 0, \tag{11}$$

wo γ die Dichtigkeit des Quecksilbersulfats im Innern, σ die Constante der Oberflächenspannung bedeutet. F ist die Arbeit, welche aufgewendet werden muss, um die Masseneinheit des Quecksilbersulfats aus einem bestimmten Normalzustand in die Flüssigkeit mit gleichförmiger Verbreitung auf umkehrbarem Wege einzuführen, sodass Druck und Temperatur der Flüssigkeit dabei ungeändert bleiben. Aus den von Hrn. PLANCK[3]) gegebenen Werten der Energie und Entropie einer verdünnten Lösung ergiebt sich

$$\frac{\partial F}{\partial C} = \frac{1}{M} \cdot \frac{R\vartheta}{C}, \tag{12}$$

wenn M das Moleculargewicht des Quecksilbersulfats, R die Gasconstante, ϑ die absolute Temperatur, C die Concentration im Sinne des Hrn. PLANCK bedeutet. Da für sehr verdünnte Lösungen C mit γ proportional ist, so ergiebt sich

$$\gamma \cdot \frac{\partial F}{\partial \gamma} = C \frac{\partial F}{\partial C}, \tag{13}$$

und daraus

$$\Gamma = - \gamma \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \gamma} \cdot \frac{M}{R\vartheta}. \tag{14}$$

---

1) E. WARBURG, Wied. Ann. 38. p. 336. 1889.

2) E. WARBURG, Wied. Ann. 41. p. 7. 1890. Die Concentrationsänderungen an der Oberfläche erfolgen stets in dem Sinne einer Abnahme der Oberflächenspannung. Sehr mit Unrecht hat kürzlich Hr. PALMAER diese thermodynamisch begründeten Folgerungen für eine ad hoc gemachte Hypothese erklärt (W. PALMAER, Zeitschr. f. phys. Chem. 36, p. 669. 1901).

3) M. PLANCK, Wied. Ann. 32. p. 488. 1887.

Zur Berechnung von γ können Versuche herangezogen werden, welche Hr. GRIFFITHS auf meine Veranlassung gemacht hat und welche von Hrn. G. MEYER mitgeteilt sind.[1]) Hr. GRIFFITHS hat die Oberflächenspannung σ' für Quecksilber in Wasser und in einer Lösung von Magnesiumsulfat in Wasser, welche 0,05 Grammäquivalente Magnesiumsulfat im Liter enthielt, für verschiedenen Gehalt dieser Lösungen an Quecksilbersulfat bestimmt, wobei er die Oberflächenspannung σ_0 zwischen Quecksilber und Wasser gleich 100 setzte. Es ist also

$$\sigma = \sigma' . \frac{\sigma_0}{100},$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \gamma} = \frac{\sigma_0}{100} . \frac{\partial \sigma'}{\partial \gamma}.$$

Setzt man

$$\vartheta = 291^0, \quad R = 837 . 10^5, \quad M = 296,$$

endlich nach QUINCKE

$$\sigma_0 = 0{,}4 . 981,$$

so wird

$$\Gamma = \frac{296 . 0{,}4 . 981}{837 . 10^5 . 291 . 100} \cdot \gamma \cdot \frac{\partial \sigma'}{\partial \gamma} = 4{,}76 . 10^{-8} . \gamma \cdot \frac{\partial \sigma'}{\partial \gamma}.$$

Die folgende Tabelle enthält für Lösungen von Quecksilbersulfat in Wasser in den ersten beiden Columnen die Beobachtungsergebnisse des Hrn. GRIFFITHS, in der dritten unter $\bar{\gamma}$ den Mittelwert von γ, auf welchen sich der Wert $\bar{\gamma} / \Delta \gamma . \Delta \sigma'$ der vierten Columne bezieht, in der fünften Columne den Wert von Γ in Milliontel Milligramm auf 1 qcm.

Quecksilbersulfat in Wasser.

$\gamma . 10^4$	σ'	$\bar{\gamma} . 10^4$	$-\frac{\bar{\gamma}}{\Delta \gamma} . \Delta \sigma'$	$\Gamma^{g/qcm} . 10^9$
0,000	100	—	—	—
0,883	97,4	0,442	1,303	62,1
1,767	90,4	1,325	10,50	500
3,534	86,9	2,651	5,25	250
14,138	82,8	8,836	3,42	163
28,275	81,5	21,2	1,95	93
56,55	81,2	42,4	0,45	21
113,1	80,8	84,8	0,60	29

1) G. MEYER, Wied. Ann. 45. p. 509. 1892.

In der folgenden Tabelle, welche sich auf Quecksilbersulfat in der oben erwähnten Lösung von Magnesiumsulfat bezieht, sind die dritte und vierte Columne fortgelassen.

$\gamma \cdot 10^4$	σ'	$\Gamma^{g/qcm} \cdot 10^9$
0,000	94,3	—
0,900	93,4	21,4
1,201	90,8	433
1,601	87,1	619
6,406	82,5	182
25,625	80,2	91
102,5	76,7	139

Wie man sieht, nimmt die Oberflächendichte Γ mit wachsender Concentration des Quecksilbersulfats zuerst zu, erreicht ein Maximum bei einer noch sehr kleinen Concentration und nimmt alsdann wieder ab.

Vermutungsweise kann man annehmen, dass ähnliche thermodynamische Betrachtungen auf den Fall des absorbirten Wasserstoffs angewandt nach Einsetzung der entsprechenden Daten hier zu ähnlichen Ergebnissen führen.[1])

§ 7. Hiervon kann eine Anwendung auf einige Versuche des Hrn. SCHÖNHERR[2]) gemacht werden. Derselbe fand, dass blankes Platin im unpolarisirten Zustand sich nahezu dem Fall 1 entsprechend, im polarisirten Zustand sich nahezu dem Fall 2 (§ 1 und § 5) entsprechend verhält. Wenn man die Diffusionscoefficienten $\varkappa$, $\varkappa'$ des Wasserstoffs in erster Annäherung als unabhängig von der Concentration ansieht, so kann jene Verschiedenheit nur von einer Verschiedenheit im Verhalten der Grösse μ herrühren und in der That dadurch erklärt werden, dass die Oberflächendichte Γ des Wasserstoffs im unpolarisirten Zustande, bei kleiner Wasserstoffconcentration, weit vom Maximum entfernt ist, im polarisirten Zustande, bei grosser Wasserstoffconcentration, dem Maximum nahe liegt. Das giebt für den unpolarisirten Zustand nach § 6 grosses μ und Annäherung an den Fall 1, im polarisirten Zustand

1) Nach den Versuchen von A. KUNDT (Wied. Ann. 12. p. 548. 1881) nimmt die Oberflächenspannung der Trennungsfläche zwischen Alkohol oder Aether und Wasserstoff mit zunehmendem Wasserstoffdruck ab.

2) Aus einer demnächst in den Ann. d. Phys. erscheinenden Arbeit.

kleines μ und Annäherung an den Fall 2, so wie es von Hrn. SCHÖNHERR beobachtet wurde.

§ 8. Für den Fall des Quecksilbersulfats im Wasser und wässeriger Magnesiumsulfatlösung wird μ jenseits des Maximums von Γ negativ. Negative Werte von μ ergeben nach (10) $\psi > \pi / 4$, was nach dem Vorstehenden zwar möglich erscheint, aber bisher nie beobachtet wurde.

§ 9. Schreibt man den Ausdruck für die Capacität (10) in der Form:

$$(10a) \qquad C_1 = \frac{107{,}9}{A \, . \, \mathfrak{A}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\partial e}{\partial \gamma}\right)_{\gamma = \gamma_0}} \cdot \frac{\mu}{q \cdot \sqrt{2 + 2q + q^2}},$$

wo

$$q = \mu \cdot \sqrt{\frac{2m}{\varkappa_1}},$$

so erkennt man, dass C_1 mit zunehmender Diffusionsconstante zunimmt.

§ 10. Bekannt ist die grosse Polarisationscapacität des Platinmohrs, welche bei der KOHLRAUSCH'schen Methode der Messung elektrolytischer Widerstände eine wichtige Rolle spielt. Gewöhnlich schreibt man die grosse Capacität des Mohrs seiner grossen Oberfläche zu, eine Annahme, welche schon von Hrn. M. WIEN[1]) als unwahrscheinlich bezeichnet und wohl durch dessen eigene Versuche endgültig widerlegt wird. In der That ist nach diesen Versuchen die Capacität des blanken Platins von der Schwingungszahl nahezu unabhängig, während die Capacität des Platinmohrs mit wachsender Schwingungszahl erheblich abnimmt und eine Annäherung an den Fall 2 zeigt.

Die grosse Capacität des Platinmohrs scheint mir vielmehr folgende Ursache zu haben. Es ist anzunehmen, dass die Körnchen des Mohrs miteinander in metallischer Verbindung stehen, und dass der Elektrolyt den Raum zwischen den Körnchen erfüllt. Man stelle sich nun vereinfachend vor, dass die Oberfläche des Platins, auf welcher der Mohr lagert, mit sehr vielen kleinen senkrecht zur Oberfläche angeordneten Stäbchen besetzt sei. Der polarisirende Strom wird dann nicht merklich in die engen Zwischenräume zwischen den Stäbchen eindringen, sondern an ihrer äusseren Oberfläche ein Ende

1) M. WIEN, Wied. Ann. 58. p. 56. 1896.

finden. Hierdurch wird diese äussere Oberfläche **bei** der Wasserstoffpolarisation mit Wasserstoff beladen. **Aber** diese Wasserstoffbeladung wird durch Localströme, die sich zwischen den oberflächlichen beladenen und den in der Tiefe gelegenen unbeladenen Stellen bilden, schnell in die Tiefe befördert werden. Dies hat denselben Effect, wie ein grosser Wert der Diffusionsconstante, wodurch der Wasserstoff von der äusseren Oberfläche, deren Beschaffenheit die Polarisation bedingt, fortgeschafft und die Capacität nach § 7 erhöht, nach Formel (10) von der Schwingungszahl abhängig gemacht wird. Das entspricht ganz dem Verhalten des Platinmohrs, wie es Hr. M. Wien beobachtete.

Berlin, Physik. Institut.

Ueber die calorimetrischen Eigenschaften der ferromagnetischen Körper;
von Bruce Hill.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 21. Juni 1901.)

(Vgl. oben S. 101.)

---

§ 1. Es ist bekannt, dass die ferromagnetischen Körper bei der Erhitzung in einem gewissen, von der Natur der Substanz abhängigen Temperaturintervall unter Aufnahme von latenter Wärme in eine allotrope Modification übergehen, wobei sie ihren Ferromagnetismus verlieren. Die Vergleichung der Eigenschaften der beiden Modificationen wird bei den meisten dieser Körper durch den Umstand erschwert, dass man sie nicht bei derselben Temperatur in den beiden Modificationen erhalten kann. Doch ist dies nach J. Hopkinson's Entdeckung der Fall für gewisse Legirungen von Eisen und Nickel, welche, durch Erhitzen in die unmagnetische Modification übergeführt, nach der Abkühlung auf Zimmertemperatur metastabil unmagnetisch bleiben und erst nach sehr bedeutender Abkühlung den magnetischen Zustand wieder annehmen, der alsdann bei der Erhitzung bis zur Umwandlungstemperatur als stabiler Zustand erhalten bleibt. Manche derartige, von Guillaume sogenannte irreversibele Nickelstahllegirungen können so zwischen 20° und 300° in beiden Zuständen erhalten werden und eignen sich daher zur Vergleichung der Eigenschaften beider Modificationen bei derselben Temperatur.

Im Folgenden ist zunächst diese Vergleichung für die specifische Wärme an einigen Nickelstahlproben durchgeführt (§ 5). Die Eigenschaften einer Probe ermöglichten eine Bestimmung der latenten Umwandlungswärme (§ 6). Endlich konnte das § 5 gewonnene Ergebnis, nach welchem die specifische Wärme im magnetischen Zustand stets kleiner als im unmagnetischen ist, auf den Fall des Eisens ausgedehnt werden (§ 8).

§ 2. Die specifische Wärme wurde meist nach der Mischungsmethode mit sorgfältig untersuchten Thermometern gemessen, doch sind auch einige Versuche mit dem Bunsen'schen Eiscalorimeter gemacht worden. Jenen Ergebnissen liegt die

15°-Wassercalorie, diesen die mittlere Wassercalorie zwischen 0° und 100° zu Grunde.

§ 3. Die magnetischen Inductionscurven wurden mit dem KÖPSEL'schen Apparat aufgenommen, doch ist im Folgenden der magnetische Zustand durch die Induction $\mathfrak{B}$ charakterisirt, welche sich für eine bestimmte Feldstärke $\mathfrak{H}$ in der jungfräulichen Curve ergab (bezeichnet durch $\mathfrak{B}_{\mathfrak{H}}$).

§ 4. Die untersuchten Nickelstahlproben wurden in Form von runden, 4—6 mm dicken Stäben von der Société anonyme de Commentry FOURCHAMBAULT et DECAZEVILLE freundlichst zur Verfügung gestellt und sind im Folgenden mit den Fabriknummern unter Beifügung der von der Gesellschaft mitgeteilten chemischen Analyse bezeichnet.

§ 5. Probe Nr. 748. Ni 24,1, C 0,359, Mn 0,410, der Rest Eisen. Beim Empfang nahezu unmagnetisch, nach Abkühlung auf — 79° schwach, nach Abkühlung auf — 180° stark magnetisch ($\mathfrak{B}_{\mathfrak{H}} = 7200_{127}$). Dichte im magnetischen Zustand 7,906, im unmagnetischen Zustand 8,091. Probe Nr. 775. Ni 24,04, C 0,343, Mn 0,506. Nach Erhitzung auf Rotglut bei Zimmertemperatur sehr schwach magnetisch (Permeabilität 2). Dagegen ergab sich $\mathfrak{B}_{\mathfrak{H}}$ nach Abkühlung auf

0°	−20°	−79°	−180°
1200_{136}	3700_{135}	9200_{135}	10200_{136}

In der folgenden Tabelle bedeutet c_m die specifische Wärme im magnetischen Zustand, bestimmt nach Abkühlung auf die Temperatur der flüssigen Luft, c_u die specifische Wärme im unmagnetischen bez. schwach magnetischen Zustand, bestimmt nach Erhitzung auf Rotglut.

	Nr. 748		Nr. 775	
Spec. Wärme zwischen	c_m	c_u	c_m	c_u
0° und 18° (Eiscal.)	0,1021	0,1086	0,0924	0,0992
20° „ 100°	0,1126	0,1180	0,1136	0,1158*
20° „ 270°	0,1239	0,1243	0,1222	0,1235*

* Nach Erhitzung auf Rotglut nicht weiter als bis auf Zimmertemperatur abgekühlt.

Als die Probe Nr. 775 nach dem Glühen zum erstenmal in das Eiscalorimeter gebracht wurde, gab sie eine grössere Wärmemenge an dasselbe ab, als bei den Wiederholungen dieses Experimentes. Die Differenz entspricht der latenten

Umwandlungswärme in den schwach magnetischen Zustand ($\mathfrak{B}_{\mathfrak{H}} = 1200_{136}$), welche, auf das Gramm bezogen, aus diesen Versuchen sich zu 2,783 ergab.

Die specifische Wärme wurde also im unmagnetischen Zustand stets grösser als im magnetischen gefunden, doch nimmt die Differenz $c_u - c_m$ in der Regel mit wachsender Temperatur ab, was besonders bei Nr. 775 hervortritt. Entsprechend fand PIONCHON[1]) die specifische Wärme des Eisens von 0^0 bis 660^0, also im magnetischen Zustand unterhalb der Umwandlungstemperatur, von 0,110 bis 0,215 wachsend, nach der Umwandlung, also im unmagnetischen Zustand, zwischen 723^0 und 1000^0 constant gleich 0,218.

§ 6. Eine dritte Probe Nr. 834 enthielt Ni 14,64, C 0,075, Mn 0,540. Diese Legirung gewann nach Abkühlung aus der Rotglut ihre Magnetisirbarkeit bereits bei $+20^0$ vollständig wieder und zeigte dabei eine Induction $\mathfrak{B}_{\mathfrak{H}} = 13200_{139}$. Um die Rückkehr in den magnetischen Zustand näher zu prüfen, brachte ich den Stab im rotglühenden Zustand in eine von einer Inductionsspule umgebene Magnetisirungsspule, unterwarf das Ganze der langsamen Abkühlung im Oelbade und maass von Zeit zu Zeit die Induction auf ballistischem Wege. Es zeigte sich, dass der Magnetismus bei $+200^0$ anfing wieder zu erscheinen und bis $+20^0$ zunahm. Beim Wiedererhitzen änderte die Permeabilität sich nicht merklich bis 300^0. Es konnte daher die specifische Wärme c_m im magnetischen Zustand bestimmt werden, wozu die Substanz in diesem Zustand im Oelbade auf 200^0 erhitzt und nach einstündigem Verweilen im Bade ins Calorimeter gebracht wurde. So ergab sich c_m zwischen 20^0 und 200^0 zu 0,1180.

Vermöge der beschriebenen Eigenschaften konnte nun die latente Umwandlungswärme für das Temperaturintervall 200^0 bis 20^0 auf folgende Weise bestimmt werden. Die Substanz wurde durch Erhitzung auf Rotglut in den unmagnetischen Zustand versetzt, hierauf eine Stunde lang im Oelbade auf 200^0 gehalten und demnächst in das Calorimeter gebracht, in welchem sie sich auf $+20^0$ abkühlte und dabei die Umwandlung in den magnetischen Zustand erfuhr. Sei L die

1) PIONCHON, Ann. de chim. et de phys. (6) 11. p. 33. 1887.

latente Umwandlungswärme, m die Masse der Substanz, c die specifische Wärme zwischen 20° und 200°, t_2 die Anfangstemperatur der Substanz, t_3 ihre Endtemperatur, dann ist die an das Calorimeter abgegebene Wärmemenge

$$W = L \cdot m + c(t_2 - t_3) \cdot m.$$

Indem man für c den oben bestimmten Wert c_{20-100} für den magnetischen Zustand einsetzte, erhielt man $L = 13,45$. Correcter wäre es, für c $c_u + c_m/2$ zu setzen. Doch ist nach § 5 $c_u - c_m$ hier auf 0,001 zu schätzen, wonach die Annahme $c_u = c_m$ L nur um 0,1 zu gross giebt.

Wenn von den beiden Metallen, Eisen und Nickel, in der Legirung jedes seine eigene Umwandlungswärme besässe, so müsste man unter Anwendung der Theorie der verdünnten Lösungen von VAN'T HOFF, wonach die Umwandlungstemperatur jeder Componente durch die Gegenwart der anderen erniedrigt wird, die hier, bei der 15 proc. Nickellegirung, beobachtete Umwandlung dem Eisen zuschreiben und erhielte für die Umwandlungswärme des Eisens

$$13,5 \cdot \frac{100}{85} = 15,9.$$

Doch erscheint die Berechtigung dieser Rechnung zweifelhaft.

Für reversible Legirungen ergiebt die Theorie verdünnter Lösungen für unendlich kleine Erniedrigung der Umwandlungstemperatur

$$\frac{dL}{d\Theta} = c_u - c_m + \frac{L}{\Theta},$$

wo Θ die absolute Umwandlungstemperatur der reinen Substanz ist.

Bedeutet ferner für den hier untersuchten irreversiblen Nickelstahl t_1 die Umwandlungstemperatur aus dem unmagnetischen in den magnetischen Zustand, t_2 die Umwandlungstemperatur für die entgegengesetzte Verwandlung, so würde sein, wie mir Hr. WARBURG mitteilte[1]):

$$L_2 - L_1 = \int_{t_1}^{t_2} (c_u - c_m)\, dt.$$

1) In dieser sowie in der vorigen Gleichung ist eine bestimmte Umwandlungstemperatur angenommen, während in Wirklichkeit die Umwandlung in einem ziemlich breiten Temperaturintervall erfolgt.

Diese Gleichung ergiebt sich aus der Betrachtung des Kreisprocesses, durch welchen die Substanz aus dem magnetischen Zustand bei der Temperatur t_1 in den unmagnetischen bei der Temperatur t_2 und wieder durch Abkühlung auf t_1 in den magnetischen Zustand zurückgeführt wird; da nämlich hierbei unter dem constanten Druck keine äussere Arbeit geleistet wird, so muss die Summe der zugeführten Wärme verschwinden. Die latente Umwandlungswärme L_2 bei der Temperatur t_2 ist also grösser als L_1. Doch kann der Unterschied nach § 5 nur unerheblich sein.

Aus der Abkühlungscurve des Eisens schloss Hopkinson[1]) auf eine latente Umwandlungswärme 150 mal so gross, als die specifische Wärme, was jedenfalls auf einen erheblich grösseren Wert als 16 führt. Pionchon[2]) findet aus calorimetrischen Versuchen den viel kleineren Wert 5,3 in dem auffallend niedrigen Temperaturintervall 660°—723°.

§ 7. Die Probe Nr. 830 enthält Ni 14,44, C 1,027, Mn 1,222. Sie blieb bei Zimmertemperatur unmagnetisch auch nach Abkühlung auf die Temperatur der flüssigen Luft. Es ergab sich

$$c_{20-100} = 0{,}1225, \quad c_{20-270} = 0{,}1291.$$

Die Legirung ist sehr hart und spröde, widersteht der Feile und zerbricht sehr leicht.

§ 8. Eisen ist bei gewöhnlicher Temperatur nach den Anschauungen des Hrn. Osmond[3]) ein Gemisch der beiden Modificationen des Eisens, des magnetischen α-Eisens und des unmagnetischen β-Eisens. Von dem Gehalt an β-Eisen hängen die hysteretischen Eigenschaften ab, sodass die Processe des Härtens durch Ziehen und Ablöschen den Gehalt an β-Eisen vergrössern. Diese Anschauung liess nach den Ergebnissen des § 5 erwarten, dass die specifische Wärme des Eisens durch die Härtungsprocesse vergrössert werde.

Die folgende Tabelle enthält nun die von mir für verschiedene und verschieden behandelte Eisensorten bestimmten

1) J. Hopkinson, Phil. Trans. Roy. Soc. London **180**. A. p. 443 bis 465. 1889.

2) Pionchon, Ann. de chim. et de phys. (6) **11**. p. 77. 1887.

3) F. Osmond, Critical points of iron und steel p. 17. 1890; Phil. Mag. (5) **29**. p. 511. 1890.

specifischen Wärmen, wobei die untersuchten Proben nach abnehmender Induction geordnet sind. Das Transformatoreisen wurde von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zur Verfügung gestellt. Die Werte unter Eisen und Stahl beziehen sich auf dieselben, verschieden behandelten Proben.

	$\mathfrak{B}_{\mathfrak{H}}$	c_{20-100}	c_{0-18}
Transformatoreisen 1	19750_{182}	0,1114	0,0815
Eisen, angelassen	18500_{182}	0,1146	0,0967
Transformatoreisen 2	17400_{182}	0,1148	0,0975
Eisen, hartgezogen	17300_{182}	0,1162	0,0986
Stahl, angelassen	14000_{181}	0,1178	0,1066
Stahl, abgelöscht	8900_{180}	0,1188	0,1080

Diese Tabelle bestätigt nicht nur die ausgesprochene Erwartung, sondern zeigt ausserdem, dass im allgemeinen das Eisen eine um so kleinere specifische Wärme besitzt, je inductionsfähiger es ist, was auf die Zunahme des Gehaltes an α-Eisen mit wachsender Induction zurückgeführt werden kann. Die Differenzen wachsen auch hier mit abnehmender Temperatur.

Die Ergebnisse des § 5 hinzunehmend kann man also sagen, dass bei allen untersuchten ferromagnetischen Körpern die specifische Wärme mit wachsendem Gehalt an der unmagnetischen Modification steigend gefunden wurde.

Berlin, Physikal. Institut, Juni 1901.

Bemerkungen zu der Frage nach der günstigsten Form der Geschossspitzen gemäss der Newton'schen Theorie;

von E. Lampe.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 21. Juni 1901.)

(Vgl. oben S. 101.)

Die Aufgabe der Bestimmung derjenigen Rotationsfläche, welche einer nach der Axe der Fläche gerichteten Bewegung in einem widerstehenden Mittel den geringsten Widerstand entgegenstellt, ist im Principe zuerst von NEWTON gelöst worden. Er stützte sich dabei auf die Annahme, dass der Widerstand eines Flächenelementes der Grösse desselben und dem Quadrate des Cosinus desjenigen Winkels proportional sei, den die Normale des Elementes mit der Bewegungsrichtung bildet. Obgleich nun diese Annahme nicht aufrecht erhalten werden kann, wie aus der hydrodynamischen Untersuchung der Bewegung eines starren Körpers in einer Flüssigkeit hervorgeht, so dient die Behandlung der erwähnten Aufgabe auf Grund der NEWTON'schen Hypothese als ein mit manchen eigentümlichen Schwierigkeiten verknüpftes, hübsches Beispiel in der Variationsrechnung und ist unter diesem Gesichtspunkte unter anderem auch in dem jüngst erschienenen Lehrbuche von Hrn. KNESER benutzt worden. Ebenso hat Hr. ARMANINI in seiner Abhandlung „Sulla superficie di minima resistenza"[1]) die näheren Bedingungen für die Existenz einer Lösung neuerdings untersucht.

Um die seit zwei Jahrhunderten auf diesen Grundlagen entstandene Theorie für die Praxis derart zugänglich zu machen, dass man nach ihr ohne besondere Mühe Geschossspitzen anfertigen könne, hat FR. AUGUST im Jahre 1887 seine Abhandlung verfasst: „Ueber die Rotationsfläche kleinsten Wider-

---

1) E. ARMANINI, Annali di Mat. (3) 4. p. 131—149. 1900.

standes und über die günstigste Form der Geschossspitzen nach der NEWTON'schen Theorie".[1]) Indem er einerseits die Meridiancurve der Fläche kleinsten Widerstandes nach der NEWTON'schen Hypothese für mehrere Werte der Integrationsconstante graphisch aufzeichnete und andererseits den Widerstand der Rotationsfläche für drei verschiedene Längen der Geschossspitze berechnete, ermöglichte er sowohl die praktische Herstellung solcher Geschossspitzen in einfachster Weise als auch die zahlenmässige Vergleichung des minimalen Widerstandes mit demjenigen bei anderen Formen der Geschossspitzen.

Hierbei ergab sich unter anderem das merkwürdige Resultat, dass bei den von ihm zur Vergleichung berechneten Formen die eines Kreiskegelstumpfes von derselben ebenen Stirnfläche wie an der Spitze kleinsten Widerstandes einen Widerstand leistet, der sich dem minimalen ungemein eng anschliesst. Dieser Umstand wird allerdings durch die Betrachtung der NEWTON'schen Meridiancurve, die sich einer Geraden stark annähert, leicht verständlich.

Als ich zu Vorlesungszwecken die AUGUST'schen Zahlen nachprüfte, fiel mir auf, dass der von AUGUST zur Vergleichung gewählte Kegel, weil von gegebener Stirnfläche, noch gar nicht das Minimum des Widerstandes eines solchen Kegelstumpfes ergiebt, und daher bestimmte ich zur Ergänzung der von AUGUST berechneten Zahlen diejenige Geschossspitze in Form eines Kreiskegelstumpfes, die bei gegebener Höhe h des Stumpfes und bei gegebenem Radius a der grösseren Basis nach der NEWTON'schen Annahme den kleinsten Widerstand erfährt.

Ist der Radius der vorderen (kleineren) Grenzfläche des Kegelstumpfes x, der Winkel zwischen der Seite des Kegels und der Basis τ, so ist gemäss der AUGUST'schen Bezeichnung der Widerstand W' des Kegelmantels

$$W' = W_0 \pi (a^2 - x^2) \cos^2 \tau,$$

1) FR. AUGUST, Journ. f. Math. 103. p. 1—24. 1888; Archiv für die Artillerie- und Ingenieurofficiere des deutschen Reichsheeres 94. p. 1—29. 1887.

wo W_0 den Widerstand einer ebenen Flächeneinheit bezeichnet, wenn die Bewegungsrichtung in die Normale zur Ebene fällt. Der Widerstand W_1 der Stirnfläche ist hiernach

$$W_1 = W_0 \pi x^2,$$

mithin der Widerstand W von Mantel und Stirnfläche zusammen

$$W = W' + W_1 = W_0 \pi (a^2 \cos^2 \tau + x^2 \sin^2 \tau). \tag{1}$$

Zwischen x und τ besteht ferner die Gleichung

$$x = r - h \operatorname{cotg} \tau.$$

Nach Elimination von x findet man leicht, dass W zum Minimum wird für

$$\operatorname{cotg} 2\tau = -\frac{h}{2r}, \tag{2}$$

und zwar ist

$$\text{Min. } W = W_0 \pi \{a^2 + \tfrac{1}{2} h^2 - \tfrac{1}{2} h \sqrt{4r^2 + h^2}\}. \tag{3}$$

Setzen wir, dem Vorgange von August folgend, den Durchmesser des cylindrischen Hauptkörpers des Geschosses (das Caliber) $2a = 1$, und drücken wir alle Widerstände in Procenten desjenigen Widerstandes aus, den die Basis $a^2 \pi$ des Cylinders bei einer Bewegung in der Richtung der Axe des Cylinders erfährt (d. h. $W_0 \pi a^2 = 100$ gesetzt), so erhalten wir aus (3) für die von August berechneten Spitzenlängen $h = \lambda$ die zugehörigen Widerstände aus Gleichung (3). Zur besseren Uebersicht setzen wir in Reihe 1 und 2 die August'schen Zahlen hin.

Länge λ	0,66620	1,01527	1,3029
Durchmesser der Stirnfläche für 1 und 2	0,19863	0,09238	0,08909
Durchmesser der Stirnfläche für 3	0,28664	0,16792	0,11528
1. Minimalfläche . . .	27,84	15,71	10,52 Proc.
2. Kegelstumpf (August)	29,50	17,37	11,92 „
3. Kegelstumpf mit minimalem Widerstand . .	28,66	16,79	11,53 „

Wenn also die Newton'sche Hypothese in der Praxis Berücksichtigung verdient, so könnte man die Geschossspitzen

als Kreiskegelstumpfe construiren, ohne den Widerstand, der bei einer Spitze von der Form der Fläche kleinsten Widerstandes (und gleicher Länge) auftreten würde, erheblich zu vergrössern.

Wie ich mich durch weitere Rechnungen überzeugt habe, nähert man sich dem kleinsten Widerstande in Reihe 1 noch mehr, wenn man die Spitze aus zwei passend bestimmten Kegelstumpfen zusammensetzt. Wenn man z. B. den Kegelstumpf kleinsten Widerstandes von der Höhe $\lambda = 0,66620$ auswählt, die Stirnfläche vom Durchmesser 0,28664 belässt, aber in dem Abstande $^1/_3\,\lambda$ von der Stirnfläche einen Kreis von doppelt so grossem Durchmesser, also 0,57328, senkrecht zur Axe anbringt und ihn als Grenzfläche für zwei Kegelstumpfe benutzt, von denen der eine die Stirnfläche, der andere die Basisfläche des ursprünglichen Kegels als zweite Grenzfläche besitzt, so erhält man eine aus zwei Kegelstumpfen gebildete Spitze, deren Widerstand 28,05 Proc. von dem Widerstande der Cylinderbasis ist, während der Minimalwiderstand 27,84 Proc. beträgt. Zur Berechnung des Widerstandes des Mantels eines Kugelstumpfes dient hierbei die oben angeführte, von August benutzte Formel, der man in dem vorliegenden Falle passend die Gestalt geben kann:

$$W = W_0\,\pi\,\frac{(a-b)^2}{(a-b)^2+h^2}\,(a^2-b^2),$$

wo a den Radius der grösseren Basis, b den der kleineren (vorderen) Basis, h die Höhe bezeichnet. Es entfallen dabei auf die Stirnfläche 8,216 Proc., die erste Kegelfläche 7,159 Proc., die zweite 12,677 Proc. des Widerstandes.

Wie schon August zur Vergleichung mit der Fläche kleinsten Widerstandes ausser dem Rotationskegel noch zwei andere Formen herangezogen hat, nämlich Rotationsflächen, welche durch die Umdrehung eines Kreisbogens oder eines Parabelbogens um die Geschossaxe beschrieben werden und sich dem cylindrischen Geschosskörper anschliessen, so habe ich zu Uebungen für meine Zuhörer als weitere Beispiele die Rotationsflächen der Sinuscurve und der Lemniskate berechnet und erlaube mir, einige der erhaltenen Resultate zuzufügen.

1. Die Sinuscurve $y = a \sin(x/b)$.

Nach der für den Widerstand W' jeder Rotationsfläche geltenden Formel

$$W' = 2\pi W_0 \int_{y_1}^{y_2} \frac{y\,dy}{1+q^2},$$

wo $q = dx/dy$ ist, erhält man für

$$W = \frac{W' + W_1}{W_2},$$

wo $W_1 = \pi W_0 y_1^2$, $W_2 = \pi W_0 y_2^2$ gesetzt ist,

$$W = 1 - \frac{b^2}{y_2^2} \ln \frac{a^2 + b^2 - y_1^2}{a^2 + b^2 - y_2^2}.$$

Hier ist also W gleich als Bruchteil von W_2 ausgedrückt. Nimmt man hierin $y_1 = 0$ und y_2 gleich dem grössten Werte a von y, so folgt

$$(\alpha) \qquad W = 1 - \frac{b^2}{a^2} \ln \frac{a^2 + b^2}{b^2}.$$

Ist dagegen y_1 beliebig und $y_2 = a$, so ergiebt sich

$$(\beta) \qquad W = 1 - \frac{b^2}{a^2} \ln \frac{a^2 + b^2 - y_1^2}{b^2}.$$

Für $a = 0{,}5$ und $b = \frac{13}{18}$ folgt, wenn man die Länge λ der Spitze wie in den zweiten Zahlenbeispielen von August gleich 1,01527 setzt, $x_1 = 0{,}134464$ und $y_1 = 0{,}0821446$, also der Durchmesser des Stirnkreises gleich 0,16429. Aus Formel (β) berechnet man demgemäss $W = 0{,}20136$ oder 20,136 Proc. Diese Zahl ist kleiner als die von August für die beiden Vergleichsflächen gefundenen (21,24 Proc. und 21,70 Proc.).

2. Die Lemniskate $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$. Für die Rotationsfläche um die Polaraxe findet man den Widerstand W':

$$\begin{aligned} W' &= 2\pi W_0 a^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin\varphi \cos^3 3\varphi \, d\varphi \\ &= 2\pi W_0 a^2 \Big[-\frac{32}{5}\cos^{10}\varphi + 18\cos^8\varphi - 18\cos^6\varphi \\ &\qquad + \frac{27}{4}\cos^4\varphi \Big]_{\varphi_1}^{\varphi_2} \end{aligned}$$

oder auch den gleichwertigen Ausdruck:

$$\frac{a^2 \pi W_0}{160} \Big[60\cos 2\varphi - 30\cos 4\varphi + 5\cos 8\varphi - 4\cos 10\varphi \Big]_{\varphi_1}^{\varphi_2}.$$

Als einfachsten Fall kann man $\varphi_1 = \frac{1}{4}\pi$, $\varphi_2 = \frac{1}{6}\pi$ nehmen, d. h. die Rotationsfläche von der Spitze bis zur grössten Ordinate $y_2 = \frac{1}{4} a \sqrt{2}$. Nach Einsetzung dieser Grenzen folgt

$$W' = \frac{11}{320} a^2 \pi W_0.$$

Und da man für die Fläche vom Radius y_2 den Widerstand $W_2 = \pi W_0 y_2^2$ hat, so ist

$$\frac{W'}{W_2} = W = \frac{11}{40} = 0{,}275,$$

oder W' ist 27,5 Proc. des Widerstandes W_2 bei einer Spitzenlänge x_2, deren Verhältnis zu $2 y_2$ durch die Zahl

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}866025 = \lambda$$

gegeben wird.

In Bezug auf den Grad der Annäherung, der durch diese Formeln erreicht wird, möge noch die folgende Bemerkung hinzugefügt werden. Hr. Müller-Breslau hat auf Grund der Newton'schen Hypothese Berechnungen über die Geschwindigkeit angestellt, die mit einigen der neuerdings construirten Luftballons zu erreichen ist, und hat Resultate gefunden, die mit den wirklich erreichten Geschwindigkeiten nahezu übereinstimmten, während die Annahme anderer Gesetze (besonders des sogenannten Lössl'schen) ganz unbrauchbare Resultate ergab. Nach dieser mündlichen Mitteilung scheint also die Newton'sche Hypothese wenigstens für praktische Zwecke recht brauchbare Resultate zu ergeben.

Ueber einen Wehnelt'schen Unterbrecher für ganz schwache Ströme; *von H. Starke.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 7. Juni 1901.)

(Vgl. oben p. 100.)

Wenn eine Stromquelle durch einen Leiterkreis geschlossen wird, der eine Selbstinductionsspule und einen Wehnelt'schen Unterbrecher enthält, so steigt die Stromstärke in dem Kreise je nach der Grösse der Selbstinduction mehr oder weniger schnell an, bis die Platindrahtspitze des Unterbrechers genügend heiss wird, um eine Dampfhülle um sich zu erzeugen und so Stromunterbrechung herbeizuführen. Die Unterbrechungszahl zu gegebener Zeit ist unter sonst gleichen Verhältnissen grösser bei Anwendung einer grösseren elektromotorischen Kraft und einer kleineren Selbstinduction des Schliessungskreises. Ausserdem hängt aber die Unterbrechungszahl wesentlich von der Dicke des Platinstiftes ab. Indem ein dünner Draht schneller die zur Dampfbildung nötige Temperatur erreicht, bedingt die Anwendung eines solchen eine höhere Unterbrechungsgeschwindigkeit. Ich machte den Versuch, ob man die Zahl von Unterbrechungen sehr hoch machen könnte, indem man dem Platindraht eine äusserst geringe Dicke, von etwa einigen Hundertsteln eines Millimeters gäbe. Die Erwartung, die ich dabei hatte, dass der Betrieb eines solchen Wehneltunterbrechers en miniature mit einer verhältnismässig geringen elektromotorischen Kraft und einem schwachen Stromverbrauch von statten gehen würde, und derselbe daher bei den kleinen Inductorien für Messzwecke Verwendung finden könnte, fand sich vollauf bestätigt. Bei einer Dicke des Platindrahtes von 0,03 mm findet schon bei einer mittleren Stromstärke von ca. 0,02 Amp. eine scharfe Unterbrechung statt, und ein in den Kreis eingeschaltetes Telephon tönt laut. Je nach der Tiefe, bis zu welcher der Platindraht in die Säure eintaucht und je nach den äusseren Bedingungen der Selbstinduction und des Widerstandes ist der Ton von mehr oder weniger

Obertönen begleitet, sodass meist kein reiner Ton, sondern ein Unterbrechungsgeräusch im Telephon gehört wird.

Die hohe Unterbrechungszahl, sowie ein ganz geräuschloser Gang bei einfacher Handhabung und Herstellung machen den Unterbrecher geeignet für eine Anwendung bei Messungen, welche mit WHEATSTONE'scher Brücke und Telephon ausgeführt werden.

Für Leitfähigkeitsbestimmungen liegt ein Bedürfnis nach einem neuen Unterbrecher allerdings nicht vor. Ein geräuschlos arbeitender Hammerunterbrecher thut seine Dienste in genügender Weise. Die bei seiner Anwendung erreichte Schärfe der Einstellung an der Brückenwalze reicht vollkommen aus, und an den Leitfähigkeitsmessungen ist der physikalische Teil schon mit grösserer Genauigkeit ausführbar als der chemische. Der Umstand, dass bei Anwendung des langsamen Hammerunterbrechers kleine elektrolytische Widerstände infolge der Polarisation ein unscharfes Minimum ergeben, dadurch dass über das gute Minimum der Obertöne der nicht erlöschende Grundton sich lagert, ist ja leicht durch geeignete Wahl des Widerstandsgefässes zu umgehen, indem man eben zu kleine Widerstände vermeidet. Immerhin ist es aber erwähnenswert, dass bei der Messung eines Widerstandes von ca. 2 Ohm in ein und demselben Widerstandsgefäss einmal mit Hammerunterbrecher, dann mit dem WEHNELT'schen, in dem letzteren Falle ein ganz bedeutend besseres Minimum sich zeigte.

Wie überhaupt, so muss man auch bei Benutzung des beschriebenen Unterbrechers, unter verschiedenen Telephonen sich ein günstiges aussuchen. Ich habe bemerkt, dass dasjenige, welches mit dem Hammerunterbrecher die grösste Einstellungsschärfe erlaubte, auch mit dem anderen das beste Resultat ergab.

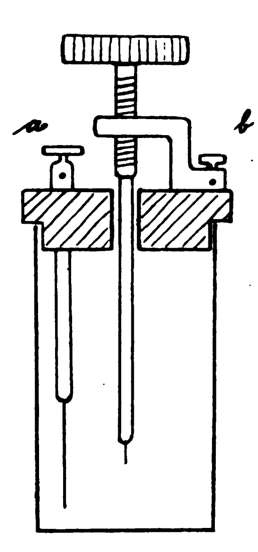
Während, wie eben gesagt, bei Leitfähigkeitsbestimmungen der neue Unterbrecher keine wesentlichen Vorteile gegen die bisher benutzten aufweist, möchte ich seine Anwendung dagegen sehr für Bestimmungen empfehlen, bei welchen eine grosse Wechselzahl nötig ist. Dies ist z. B. bei Vergleichung geringer Capacitäten, wie sie etwa bei Messungen von Dielektricitätsconstanten nach NERNST'scher Methode ausgeführt wird, der Fall. Hierbei wird in der Regel ein Saitenunter-

brecher mit ganz lose gespannter Saite angewandt. Gegen diesen Unterbrecher weist der hier beschriebene mehrere Vorzüge auf. Einmal ist die Unterbrechungszahl eine höhere, dann ist es aber besonders die einfache Herstellung — man kann sich den kleinen Apparat selbst in wenigen Minuten herstellen — und das absolut sichere, ganz geräuschlose Functioniren desselben. Mit Schliessen des Stromes ist auch Gang des Unterbrechers verbunden, während ein Saitenunterbrecher doch ein häufiges Nachstellen, Contactputzen etc. verlangt. Der Betriebsstrom ist, wie schon erwähnt, ein geringer; er kann durch mehr oder weniger tiefes Eintauchen der Spitze von einigen Hundertstel bis zu mehreren Zehntel Ampère gesteigert werden. Die günstigste Spannung beträgt 10—12 Volt, 5—6 Accumulatoren geben die besten Unterbrechungen, eine Vergrösserung der elektromotorischen Kraft verschlechtert die Wirkung. Die Zellen können wegen der geringen Stromentnahme natürlich ganz kleine sein. Es zeigt sich kein grosser Unterschied in der Güte der Wirkung mit der Richtung des Stromes im Unterbrecher. Um ein Geringes besser ist es, die Spitze, wie bei dem grossen Wehnelt'schen Unterbrecher, als positive Elektrode zu wählen.

Eine bequeme Form für die Selbstherstellung des beschriebenen Unterbrechers ist folgende: Ein kleines Bechergläschen, etwa zur Hälfte mit verdünnter Schwefelsäure (sp. Gew. ca. 1,16) gefüllt, wird durch einen Kork verschlossen. Als negative Elektrode dient ein kurzer Platindraht von einigen Zehntel Millimeter Dicke, als positive ein kleines Endchen allerfeinsten Platindrahtes (Dicke 0,02—0,03 mm), beide in Glasröhrchen so eingeschmolzen, dass einige Millimeter aus dem Glase herausragen. Die beiden Glasröhren werden so durch den Kork gesteckt, dass die negative Elektrode ganz in die Säure taucht, die verschiebbare positive von oben der Säureoberfläche genähert werden kann. Als Stromzuleitung führt man Kupferdrähte in die Glasröhren ein, in welchen ein Tropfen Quecksilber den Contact zum Platin sichert. Bei erster Einschaltung des Unterbrechers thut man gut, den Strom zu schliessen, während die Spitze des feinen Platindrähtchens sich noch ausserhalb der Säure befindet, und darauf erst den Contact zwischen beiden durch Heranschieben der Spitze herzustellen. Würde man

nämlich den Stromkreis schliessen, während die Spitze weit eintaucht, so könnte es leicht passiren, dass die Stromstärke zu gross wird und der haardünne Platindraht durchschmilzt.

Der hiesige Institutsmechaniker, Hr. Ellermann, fertigt zum Preise von 10 Mark den Unterbrecher in einer sehr bequemen Form an, die mit der eben beschriebenen Aehnlichkeit hat (vgl. Figur). Als Verschluss des kleinen, 9 cm hohen, 5 cm weiten cylindrischen Glasgefässes dient ein gedrehter Deckel aus polirtem Holz, der an der Unterseite zum Schutz gegen die Säure mit Asphaltlack überzogen ist. Die negative Elektrode, ein in eine Zuführung aus dickem Bleidraht eingeklemmter Platindraht, ist mit der Klemme *a* verbunden. Der als positive Elektrode dienende feine Platindraht ist auch in einem Stück Bleidraht befestigt, welches am anderen Ende mit einem Gewinde versehen ist und in die mit Ebonitgriff versehene Stellschraube ein- und ausgeschraubt werden kann. Mit der Stellschraube kann das Eintauchen des Platindrähtchens regulirt und so die Stromstärke nach Belieben verändert werden. Die Klemme *b* dient zur Zuleitung. Da unterhalb des Holzdeckels sich nur Blei befindet, so kann der Unterbrecher ständig mit Säure gefüllt bleiben.



Berlin, Physikalisches Institut der Universität.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. Nr. 11.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 18. October 1901.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Der Vorsitzende gedenkt des Verlustes, den die Gesellschaft seit der letzten Junisitzung durch den Tod ihrer Mitglieder

Prof. Dr. O. Wiedeburg
in Hannover

und

Dr. F. Caspary
in Berlin

erlitten hat.

Zu ehrendem Gedächtnis der Hingeschiedenen erheben sich die Anwesenden von ihren Sitzen.

Der Vorsitzende legt ferner ein Exemplar der „Fortschritte der Physik im Jahre 1900" vor und bemerkt dazu, dass es gelungen ist, das Werk in diesem Jahre wesentlich früher als in Vorjahren fertigzustellen und bereits die I. und III. Abteilung im Juni, die II. Abteilung Anfang September zur Ausgabe zu bringen.

Der Versuch dieser Beschleunigung, der in den folgenden Jahren wiederholt werden soll, ist ohne nennenswerte Einbusse

an Vollständigkeit durchführbar gewesen, denn auch bei dem früheren Erscheinungsmodus liess sich der Uebelstand einer gelegentlichen Unvollständigkeit und dadurch bedingter Nachträge infolge des späten Einganges wichtiger Publicationen, vornehmlich solcher ausländischer Academien, nicht immer vermeiden.

Um die Benutzung der „Fortschritte der Physik“ noch mehr als bisher zu erleichtern und die Berichte noch weiteren Kreisen zugänglich zu machen, ist ferner auf einen Beschluss des Vorstandes hin vom vorliegenden Jahrgang ab eine Verringerung des Umfanges angestrebt worden, mit dem Erfolge, dass der vorliegende Jahrgang an Seitenzahl um ein Viertel schwächer ist, als der Jahrgang 1899. Diese Verringerung, welche sich vornehmlich auf die I. und II. Abteilung bezieht, ist nach den Gesichtspunkten durchgeführt, dass alle Arbeiten rein chemischen oder technischen Inhaltes von der Berichterstattung ausgeschlossen und die Referate über andere Arbeiten in ihrer Länge thunlichst reducirt wurden; auch konnte das Cap. 3a (Krystallographie) ohne Beeinträchtigung des Wertes der „Fortschritte der Physik“ eine erhebliche Kürzung erfahren. Der Umfang der III. Abteilung ist gleichfalls um einige Bogen vermindert worden und zwar hauptsächlich dadurch, dass bei der Auswahl der Publicationen der physikalische Gesichtspunkt etwas schärfer in das Auge gefasst wurde, als dies bisher üblich war.

Hr. **O. Lummer** bespricht und demonstrirt darauf

ein neues Interferenz-Photo- und Pyrometer.

Hr. **F. F. Martens** macht dann eine Mitteilung über

die Brechungsindices von Quarz und Flussspat

und demonstrirt darauf

ein grosses Präcisions-Spectrometer mit Einrichtung zur Spectralphotographie.

Ein neues Interferenz-Photo- und Pyrometer;
von Otto Lummer.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 18. October 1901.)

(Vgl. oben S. 130.)

Princip des Photometers.

Einleitung. Bei allen mir bekannten Photometern und den auf photometrischen Principien beruhenden Pyrometern liegt das photometrische Kriterium im Endlichen. Durch welche Hülfsmittel man auch die zu messende Strahlungsquelle zur Erleuchtung der Photometerfelder zwingt, ob durch Anwendung diffus reflectirender Flächen, Mattscheiben oder geeigneter Linsencombinationen, stets befinden sich die Photometerfelder selbst in der deutlichen Sehweite bez. bei Benutzung einer Lupe innerhalb deren Brennweite.

Abweichend hiervon verhält sich das neue Photometer, bei welchem das photometrische Kriterium theoretisch im Unendlichen, praktisch auf dem zu messenden Objecte gelegen ist. Infolge dieser Eigenschaft bietet das neue Instrument, wie wir sehen werden, die Möglichkeit, ohne Anwendung irgend welcher Linsen die Helligkeitsverteilung im Raume zu bestimmen und auch sehr nahe benachbarte Teile einer diffus leuchtenden Fläche in Bezug auf ihre Helligkeit, Intensität oder Temperatur miteinander zu vergleichen. Gleichzeitig gestattet das neue Princip die Messung der Temperatur kleiner, anvisirter, selbstleuchtender fester Körper, gleichtemperirter Hohlräume, von Hochöfen etc. zu bestimmen und zwar in besonders einfacher Weise unter Benutzung einer Hefnerlampe, einer Petroleumlampe oder dergleichen als Vergleichslichtquelle.

Das photometrische Kriterium. Als photometrisches Kriterium werden die sogenannten Herschel'schen Interferenz-

streifen an der Grenze der totalen Reflexion verwendet, welche entstehen, wenn man zwei rechtwinklige Prismen mit ihren Hypotenusenflächen aufeinanderlegt und längs der totalreflectirten Strahlen nach einer diffus leuchtenden Fläche oder matten Scheibe blickt. Da diese Interferenzstreifen im durchgehenden und reflectirten Lichte zu einander complementär sind, so müssen sie verschwinden, wenn die beiden diffusen Flächen von gleicher Helligkeit sind. Es stellt daher der mit Mattscheiben versehene Würfel eine der vielen, möglichen Formen eines „idealen" Fettfleckes dar, welche Brodhun[1]) und ich in unserer ersten grösseren photometrischen Arbeit anführen. Dort haben wir auch erwähnt, dass diese specielle Würfelform von Fuchs[2]) schon im Jahre 1880 als photometrisches Princip vorgeschlagen worden ist, ohne irgend welche Beachtung gefunden zu haben. Durch zahlreiche Einstellungen überzeugten wir uns jedoch, dass dieses Interferenzprincip zwar sehr empfindlich ist, an Empfindlichkeit aber hinter unserem Würfel, zumal unter Benutzung des Contrastprincipes, zurückbleibt und wegen des stetigen Ueberganges der Intensität von einem hellen zum dunkeln Streifen auch stets bleiben muss. Die geringere Genauigkeit dieses Interferenzwürfels wird aber reichlich aufgewogen durch die Vorteile, welche derselbe bei der neuen und eigenartigen Verwendung mit sich bringt. Ehe wir auf die Erreichung dieser verschiedenartigen Zwecke eingehen, wollen wir uns aber mit der Theorie der an der totalen Reflexionsgrenze auftretenden Interferenzen näher beschäftigen, weil erst sie zu den hier gezogenen Consequenzen geführt hat.

Beiträge zur Theorie der „Herschel'schen" Streifen.

a) Ort der Herschel'schen Streifen. Wie ich schon an anderer Stelle dargethan habe[3]), sind die sogenannten

---

1) O. Lummer u. E. Brodhun, Zeitschr. f. Instrumentenk. **9.** p. 41 bis 50. 1889.

2) Fr. Fuchs, Wied. Ann. **11.** p. 465—473. 1880.

3) O. Lummer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 504—513. 1900.

HERSCHEL'schen Streifen identisch mit den „Curven gleicher Neigung“ oder den Ringen, welche an einer planparallelen Platte auftreten, welche von parallelen Büscheln gebildet werden und somit im Unendlichen zu liegen scheinen. Um sie also in möglichster Vollkommenheit zu erhalten, muss man vor allem die Luftplatte zwischen den beiden Prismen möglichst planparallel gestalten und um sie in ihrer ganzen Schärfe zu beobachten, muss man auf Unendlich accommodiren oder sich eines Fernrohres bedienen. Erst wenn die Luftschicht sehr dünn ist, wie bei zwei direct aufeinander gelegten Prismen wird man von der Accommodation unabhängig. Nur infolge dieses Umstandes hat FUCHS diese Streifen überhaupt sehen können, da er ausdrücklich vorschreibt, auf die nahe dem Würfel befindlichen matten Scheiben zu accomodiren.

Wendet man aber eine planparallele Luftplatte an und bedient sich eines Fernrohres, dann kann man die matten Scheiben auch in beliebige Entfernung bringen oder sie ganz fortlassen und direct nach der Lichtquelle blicken. Stets wird man die Interferenzringe wahrnehmen. Theoretisch liegen die Ringe zwar im Unendlichen, thatsächlich sieht man sie aber bei Beobachtung mit blossem Auge auf allen Objecten liegen, die man durch den Würfel anvisirt. Bedient man sich eines schwach vergrössernden Fernrohres, so erscheinen auch in diesem Falle die anvisirten Objecte zugleich mit den Streifen deutlich, wenn sie weiter als etwa 3 m abstehen.

Zwei weitere Vorzüge haften den Planparallelitätsringen in der Nähe der Totalreflexion an, welche sie gegenüber allen anderen Interferenzerscheinungen förmlich dazu prädestiniren, in den Dienst der Photometrie gestellt zu werden. Erstens besitzen diese Streifen infolge der Mitwirkung aller vielfach in der Luftplatte hin und her reflectirten Strahlen eine ausserordentliche Schärfe, wie sie sonst nur den Beugungserscheinungen an Gittern eigen ist und zweitens sind sie an der Stelle der grössten Schärfe achromatisch.

b) Gestalt und Anzahl der HERSCHEL'schen Streifen. Besprechen wir zunächst die Gestalt der Streifen. In Fig. 1 ist der Verlauf eines unter dem Winkel γ einfallenden Strahles skizzirt, welcher schliesslich in der Luftplatte den Winkel α

mit dem Lote derselben bildet und sich in die verschiedenen, einander parallelen Strahlen 1, 2, 3, 4 etc. teilt. Ist d die Dicke der Platte und n der Brechungsindex der beiden Prismen,

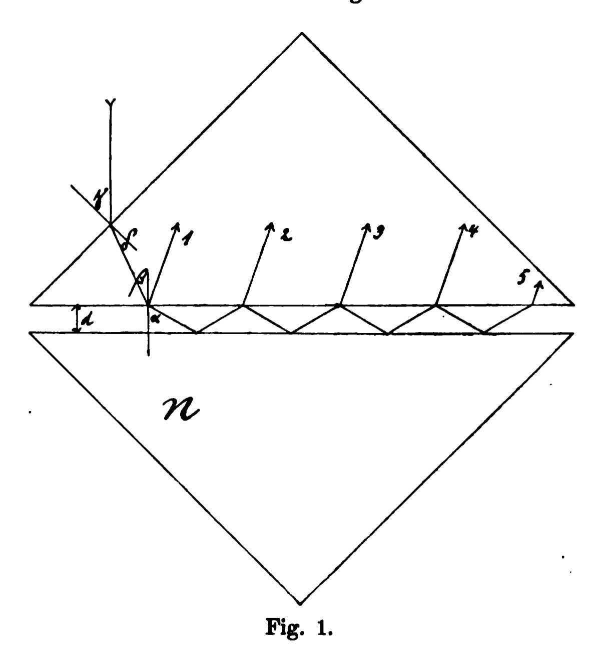


Fig. 1.

so ist der Gangunterschied $\varDelta$ benachbarter Strahlen 1, 2 oder 2, 3 oder 4, 5 etc. in halben Wellenlängen λ des benutzten Lichtes ausgedrückt:

$$\varDelta = \frac{4\,d\cos\alpha}{\lambda}. \tag{1}$$

Zunächst folgt hieraus, dass die Curven gleichen Gangunterschiedes, also auch gleicher Intensität Kreise sind, deren Centrum auf der Plattennormalen liegt, natürlich durch das Prisma hindurch gesehen. Ferner nimmt die Wegdifferenz benachbarter Strahlen von

$$\varDelta = 0 \quad \text{für} \quad \alpha = 90^{0}$$

allmählich zu bis:

$$\varDelta = \frac{4\,d}{\lambda} \quad \text{für} \quad \alpha = 0^{0},$$

d. h. vom totalen Reflexionswinkel

$$\left[\sin\beta = \frac{1}{n}\right]$$

bis zum normal auf die Platte treffenden Strahl um $4\,d/\lambda$; diese Grösse giebt also zugleich die Anzahl aller möglichen, hellen und dunkeln Ringe an.

Um die Lage, bez. die Anzahl der Streifen zu finden, bedient man sich am besten der folgenden, in meiner Dissertation[1]) abgeleiteten Formel:

$$\sin^2\alpha_x = \frac{\lambda}{2\,d}\,x - \frac{\lambda^2}{16\,d^2}\,x^2, \tag{2}$$

in welcher x die Ordnungszahl des hellen oder dunkeln Kreises angiebt, wenn man das Centrum als nullten Kreis zählt. Aus der Grösse des Winkels α folgen sodann mittels der Beziehungen:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n = \frac{\sin\gamma}{\sin\delta} \tag{3}$$

und

$$\delta + \beta = 45^{\circ}, \tag{4}$$

die Werte des zugehörigen Winkels γ.

In den folgenden beiden Tabellen sind die Werte von α, β und γ für die Dicken $d = 2\,\lambda$ und $20\,\lambda$ einer planparallelen Luftplatte mitgeteilt.

$d = 2\,\lambda.$

x	α	β	γ
8	90° —′	41° 8′	5° 53′
7	82 49	40 45	6 28
6	75 3	39 34	8 17
5	67 59	37 35	11 19
4	60 —	34 44	15 43
3	51 20	31 47	20 20
2	41 25	25 48	30 —
1	28 57	18 34	44 27

1) O. Lummer, Wied. Ann. **23.** p. 61. 1884.

$d = 20\,\lambda$.

x	α	β	γ
80	90°	41° 8′ 23″	5° 52′ 20″
79	89° 11′	41 8 10	5 52 45
78	88 37	41 7 30	5 53 47
77	87 50	41 6 15	5 55 40
76	87 8	41 4 40	5 58 —
75	86 25	41 2 30	6 1 20
— — —	— — —	— — —	— — —
5	20 22	13 14	52 47
4	18 12	11 51	56 13
3	15 44	10 17	59 58
2	12 50	8 24	65 —
1	9 4	5 57	73 15

Der letzte Ring ist also stets identisch mit der Grenze der Totalreflexion. Was die Tabellen aber zeigen sollen, ist, dass infolge des prismatischen Strahlenganges die Winkeldistanz benachbarter Ringe beim Austritt der Strahlen viel enger ist, als im Innern der Luftplatte und dass demnach die gleiche Anzahl Ringe aussen sich in einem kleineren Kegelraume entwickelt als innerhalb der Platte. Uebersichtlicher ist dieser Vorgang aus der Fig. 2 zu ersehen, in welcher die Resultate für $d = 2\,\lambda$ der ersten Tabelle graphisch eingetragen sind. Abgesehen vom Centrum kann also ein bei m befindliches Auge recht gut die sämtlichen Ringe übersehen und aus der Anzahl sogar auf die Dicke der Luftplatte schliessen. Dieser merkwürdige prismatische Strahlengang bewirkt also, dass eine zwischen zwei Prismen gebildete Luftplatte noch da deutliche Minima und Maxima aufweist, wo eine gleichdicke, zwischen Glasplatten erzeugte, Luftplatte nur eine überall gleichmässige Helligkeit zeigen würde.

Kann man die Ringe bei sehr kleinen Luftdicken noch mit blossem Auge erkennen, so ist dies bei dickeren Platten ohne Anwendung eines Fernrohres nicht möglich. Gerade die geringe Winkeldistanz aber dürfte erwünscht sein, wenn es sich wie beim Vollmond oder ähnlichen Objecten darum handelt,

die Helligkeit verschiedener, sehr benachbarter Teile miteinander zu vergleichen. Jeder helle Streifen verdankt nämlich, wenigstens bei genügend engen abbildenden Strahlencylindern, seine Entstehung einer anderen Stelle des anvisirten Objectes.

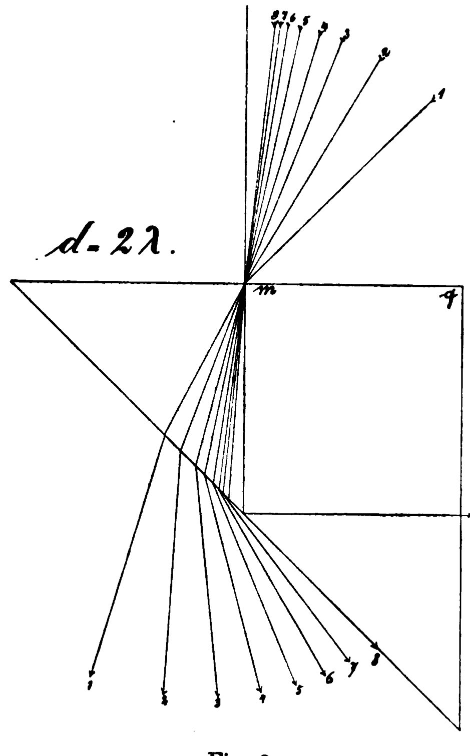


Fig. 2.

c) Achromasie der Streifen. Da bei jeder Dicke der Luftplatte der Gangunterschied in unmittelbarer Nähe der Totalreflexion mit Null beginnt, so muss die Erscheinung stets auch im weissen Lichte auftreten. Glücklicherweise lagern sich aber die den verschiedenen Farben zukommenden Ringsysteme hier anders übereinander, als beim NEWTON'schen Farbenglase und zwar deshalb, weil für jede Farbe der Grenzwinkel der Totalreflexion und somit auch der Anfangs-

punkt ein anderer ist. Dieser Umstand zusammen mit der Abhängigkeit der Ringdistanzen von der Farbe bewirkt, dass nahe der Totalreflexion sich ein achromatischer Streifen ausbildet, welcher die photometrische Messung wesentlich erleichtert. Die Achromasie dieser Streifen ist von Lord RAYLEIGH[1]) genauer erörtert worden.

Aber auch bei keilförmiger Luftschicht erhält man nahe der Totalreflexion trotz Anwendung weissen Lichtes ein achromatisches Streifensystem, bei welchem sämtliche Streifen innerhalb des ganzen Sehfeldes eine fast tiefschwarze Färbung annehmen, wenn man folgende Versuchsanordnung[2]) wählt. Man setzt den Würfel mit der schwach keilförmigen Luftschicht auf das Tischchen eines Spectrometers, orientirt den sehr engen Spalt parallel zur Kante des Luftkeiles und damit zur Streifenrichtung und beobachtet nach Fortnahme des Oculars mittels des Fernrohrobjectivs als Lupe, indem man auf die Luftplatte accommodirt.

Beim Drehen des Würfels erreicht man nahe der totalen Reflexion einen Einfallswinkel, für welchen die Streifen ihre Färbung verlieren und die Minima vollkommen schwarz werden.

d) Schärfe der Ringe. Zu dem Vorteil, dass die Ringe in der Nähe der Totalreflexion achromatisch sind und einander sehr nahe liegen, gesellt sich noch der weitere, dass sie daselbst auch eine abnorme Schärfe besitzen.[3]) Zur Erörterung dieses Umstandes bedarf es der Berücksichtigung auch der vielfach reflectirten Strahlen (3, 4, 5 etc., Fig. 1), welche man bei Berechnung der Gestalt und Lage der Streifen ignoriren darf. Man hat also die Intensität zu berechnen, welche die aus einem einfallenden Strahle entstehenden, unendlich vielen Strahlen (1 bis ∞) in ihrem Vereinigungspunkte erzeugen.

Merkwürdigerweise war die vollständige Theorie der

1) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 28. p. 197. 1889.

2) Diese Versuchsanordnung habe ich schon in MÜLLER-POUILLET's Lehrbuch der Physik, 9. Aufl. 2. Optik p. 935 angegeben. In der betreffenden Fig. 609 ist übrigens die Strahlenrichtung umzukehren.

3) Vgl. CH. FABRY, Journ. de Phys. 1. p. 313—332. 1892 und O. LUMMER, Ber. d. Berl. Akad. d. Wissensch. p. 504—513. 1900.

Planparallelitätsringe schon vorhanden, noch ehe diese selbst überhaupt entdeckt waren, da nämlich die AIRY'sche Theorie der Farben dünner Blättchen[1]) unter Berücksichtigung aller vielfach reflectirten Strahlen auch die Theorie der Ringe an beliebig dicken Platten umfasst. Nach AIRY ist die Intensität aller Strahlen 1 bis ∞ für das reflectirte Licht:

$$J_{1 \text{ bis } \infty} = \frac{1}{1 + \frac{(1-\sigma^2)^2}{4\sigma^2} \frac{1}{\sin^2 \beta}}, \tag{5}$$

wenn man die Intensität des einfallenden Lichtes gleich Eins setzt, mit β die Phasendifferenz zweier benachbarter Strahlen und mit σ^2 den Reflexionscoefficienten (nach FRESNEL) bezeichnet, welcher dem betrachteten Einfallswinkel (α) zukommt. Die Phasendifferenz β wechselt vom Maximum zum Minimum zwischen $\pi/2$ und Null, also dementsprechend $\sin^2 \beta$ zwischen 1 und Null. Je nach dem Wert des Reflexionscoefficienten σ^2 aber, also je nachdem man die Ringe an einer Platte bei senkrechter oder streifender Incidenz betrachtet, für welche σ^2 4 Proc. oder nahe 100 Proc. beträgt, ist der Verlauf der Intensität $J_{1 \text{ bis } \infty}$ vom Maximum zum Minimum ein sehr verschiedener.

Um ein Bild dieser Intensitätscurven zu erhalten, hat man J bei einem gewissen Wert von σ^2 für verschiedene Werte von $\sin^2 \beta$ zu berechnen. Diese Rechnung habe ich für $\sigma^2 = 0,90$, $\sigma^2 = 0,64$ und $\sigma^2 = 0,37$ ausgeführt und zwar für die um 0,1 fortschreitenden Werte von $\sin^2 \beta$. Diesen Werten von σ^2 entsprechen bei einer Glasplatte die Einfallswinkel $\alpha = 88^0$, 83^0 und 75^0; ihnen kommen die Curven AB, AC und AD zu, welche in Fig. 3 enthalten sind und ein anschauliches Bild davon liefern, wie schnell die Intensitätscurven mit abnehmendem Werte von σ^2 in einen sinusartigen Verlauf übergehen. Was bei einer Luftplatte in der Nähe der totalen Reflexion so leicht erreichbar ist, der hohe Betrag von σ^2 und die Mitwirkung aller vielfach reflectirten Büschel, erreicht man bei einer dicken planparallelen Glasplatte erst bei Anwendung sehr

1) G. B. AIRY, Phil. Mag. (3) 2. p. 20. 1833.

schräger Incidenz der Strahlen und relativ grosser Dimension der Platte.[1])

Entsprechend dem steilen Verlauf der Intensitätscurve für $\sigma^2 = 0,9$ muss also die Schärfe der Streifen gerade in der Nähe

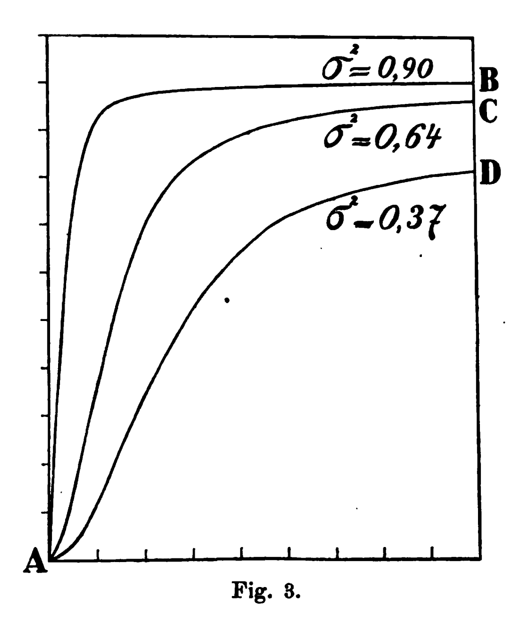


Fig. 3.

der Totalreflexion eine abnorme sein. Dies ist thatsächlich der Fall und daher ist auch die Empfindlichkeit des Photometers eine relativ grosse.

Anwendung des Photometers.

Zum Schluss wollen wir an der Hand der Fig. 4 die Verwendung und Handhabung des Photometers für die verschiedenen Zwecke besprechen.

a) Messung von Lichtstärken. Dieser hier nur untergeordnete Zweck wird erreicht, wenn man, wie es schon Fuchs

1) Vgl. O. Lummer, „Eine neue Interferenzmethode zur Auflösung feinster Spectrallinien", Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 3. p. 85 bis 98. 1901.

gethan hat, vor den Würfel $ABCD$ die matten Scheiben S_1 und S_2 bringt. Man vergleicht dann die von der Lichtquelle L_1 am Orte von S_1 hervorgebrachte Beleuchtungsstärke mit der von der Lichtquelle L_2 am Orte von S_2 erzeugten Helligkeit. Wir wollen L_2 als die Vergleichslichtquelle bezeichnen.

Als solche kann man entweder eine auf constantem Strome gehaltene Glühlampe verwenden, deren Lichtstärke man in Hefnerkerzen kennt, oder man benutzt direct die Hefnerlampe. Natürlich muss man die Entfernung L_1 S_1 variiren und messen können.

b) Vergleichung der Helligkeitsverteilung auf einer leuchtenden Fläche. Für diesen Zweck nimmt man die matte Scheibe S_1 fort, sodass man durch den Würfel direct auf die zu messende Fläche L_1 blickt. Es möge ihr Abbild l_1 in dem auf Unendlich eingestellten Fernrohr mit den Streifen zugleich deutlich erscheinen, welche im reflectirten Lichte entstehen, wenn die matte Scheibe S_2 vom Vergleichslicht L_2 beleuchtet wird. Denken wir uns zunächst die Vergleichslichtquelle aus-

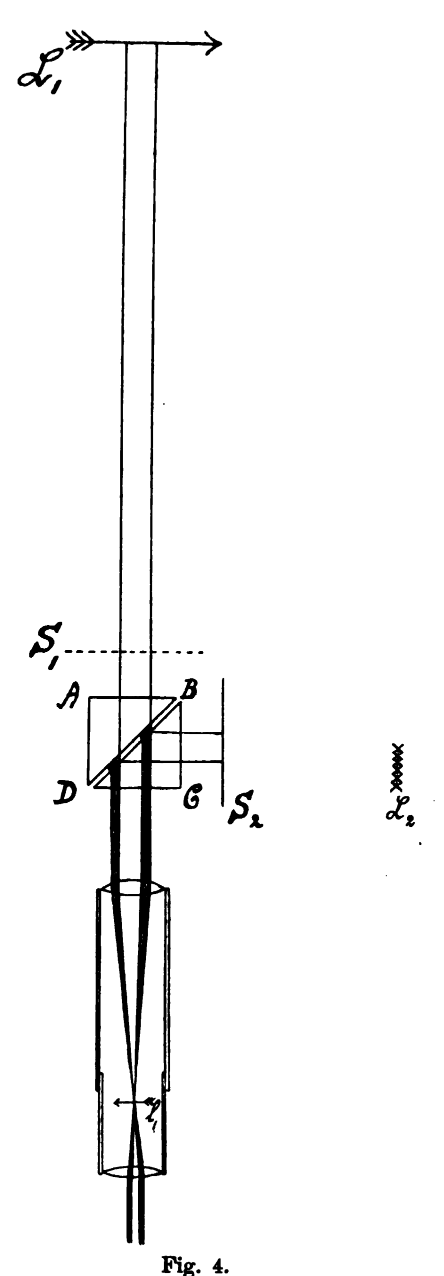


Fig. 4.

gelöscht und als Object L_1 die Flamme eines Gas-Breitbrenners; dann entsteht im Fernrohr ein discontinuirliches Abbild der Flamme, weil sie da, wo die Minima liegen, überhaupt nicht sichtbar ist. Die Maxima aber sind von verschiedener Helligkeit, falls die Gasflamme nicht an allen Stellen gleich intensiv leuchtet. Dies erkennen wir sehr deutlich, wenn wir die Vergleichs-Lichtquelle L_2 wieder leuchten lassen und sie der matten Scheibe so weit nähern, bis die Minima auf dem Bilde der Gasflamme verschwunden sind. Ist dies Verschwinden nämlich nicht für alle Minima gleichzeitig zu bewirken, so folgt daraus deutlich, dass die Gasflamme an den verschiedenen Stellen verschieden hell ist. (Es wurde dies Experiment vorgeführt.)

Statt der Gasflamme kann man jede beliebige helle Fläche im Raume anvisiren und so mit grosser Bequemlichkeit die Helligkeitsverteilung im Raume feststellen. Ja, man kann mit einem Blick oder vermittelst einer kleinen Drehung des Instrumentes direct überschauen, wie die Helligkeit auf einer Lampenglocke, auf einer Wolke, längs eines glühenden Platinbleches etc. von Stelle zu Stelle wechselt.

Aber auch wenn man nichtweisse Objecte, wie die Tische in einem Zimmer, die Dächer der Häuser, das Grün des Laubes anblickt, kann man noch ein Verschwinden der Streifen und eine wenn auch nur ungenaue Einstellung bewirken. Nähere Versuche müssen freilich darthun, inwieweit solche Vergleichungen ungleich gefärbter Objecte von Wert sind.

c) Messung von Temperaturen. Schon früher hat man auf photometrischem Wege Temperaturen zu bestimmen versucht.[1]) Dazu stellte man sich eine Beziehung her zwischen der Temperatur eines Körpers und seiner photometrischen Energie für eine bestimmte Wellenlänge oder einen durch ein rotes Glas begrenzten Spectralbezirk, extrapolirte diese empirische Curve, wenn nötig, und trug in dieselbe die an einem beliebigen, hocherhitzten Körper gemessene Helligkeit ein. Daraus ergab sich dann auch die unbekannte Temperatur dieses Körpers.

1) Vgl. Le Chatelier und Boudouard „Températures élevées". Paris 1900.

Einen Fortschritt bedeutete es, als H. WANNER[1]) zur Herstellung der Curve den schwarzen Körper zu Grunde legte. Jedoch erwiesen sich seine aus Messungen an der Zirkonlampe gezogenen Schlüsse als unrichtig und die mit Hülfe der schwarzen Körpercurve bestimmten Temperaturen erhielten erst den genügenden Grad von Sicherheit, als den Curven des schwarzen Körpers auch diejenigen des blanken Platins gegenübergestellt waren.[2])

Diese Versuche von PRINGSHEIM und mir zeigten, dass weiss glühendes Platin für jede Wellenlänge zwar nur halb soviel photometrische Energie wie der schwarze Körper gleicher Temperatur aussendet, dass aber beide Energien einander schon gleich sind, falls Platin eine nur um etwa 100° höhere Temperatur besitzt.

Hieraus folgt erstens, dass die photometrische Temperaturbestimmung im wesentlichen von der Art des strahlenden Körpers unabhängig ist, falls er nur zu den undurchsichtigen Temperaturstrahlern gehört; zweitens aber geht daraus hervor, dass die Genauigkeit der photometrischen Einstellung eine sehr nebensächliche Rolle spielt. Ein Einstellungsfehler von 10 Proc. bewirkt in der Temperaturbestimmung erst einen Fehler von etwa 10° bei der Temperatur weissglühenden Platins.

Die Bedeutung der „schwarzen" Temperaturcurve wird noch beträchtlich erhöht, seitdem man infolge von Strahlungsmessungen im ultraroten Gebiet[3]) die allgemeine Spectral-

---

1) H. WANNER, Ann. d. Phys. 2. p. 141—157. 1900. Vgl. auch F. PASCHEN u. H. WANNER, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 5—11. 1899.

2) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, „Die Temperaturbestimmung hoch erhitzter Körper (Glühlampe etc.) auf bolometrischem und photometrischem Wege", Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 3. Nr. 4. p. 36—46. 1901.

3) Vgl. O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1. p. 23—41 und p. 215—235. 1899; 2. p. 163—180. 1900; 3. p. 36—46. 1901. Ferner H. RUBENS u. F. KURLBAUM, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 929—941. 1900; Ann. d. Phys. 4. p. 649—666. 1901. Eine historische und kritische Darstellung der Strahlungsmessungen bis 1900 vgl. in O. LUMMER, Le rayonnement des Corps noirs, Rapp. Intern. Congrès, Paris 1901.

gleichung der schwarzen Strahlung kennt, wenigstens soweit es für die vorliegenden Zwecke nötig ist. Danach kann man behaupten, dass die Curve:

$$\log E = f(1/T),$$

wo E die Helligkeit und T die abs. Temperatur des schwarzen Körpers bedeutet, für jede Wellenlänge im sichtbaren Spectralgebiet bis gegen 5000° eine Gerade ist, wie es die Wien'sche Spectralgleichung[1]) fälschlich für alle Temperaturen und auch für die langen Wellen verlangt. Von 5000° an nimmt die Curve $\log E = f(1/T)$ auch im sichtbaren Gebiete eine Krümmung an, welche durch die von Planck[2]) aufgestellte Spectralgleichung:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}$$

bestimmt ist, in welcher C und c Constanten, λ die Wellenlänge und e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeuten.

Jedenfalls darf also die bis zu den messbaren Temperaturen von etwa 1600° C. empirisch gefundene gerade Linie:

$$\log E = f(1/T)$$

ohne Bedenken bis zu 5000° einfach verlängert werden, sodass man auch die allerhöchsten Temperaturen mit Hülfe einer einzigen photometrischen Einstellung aus jener Curve erschliessen kann.

Erst infolge dieser verschiedenen wichtigen Ergebnisse war die sichere Basis gewonnen, auf der man zur Benutzung der spectralphotometrischen Methode der Temperaturbestimmung übergehen und zur Construction „optischer Pyrometer" schreiten konnte. Dies ist auch allsogleich geschehen.[3])

Ein sehr wesentlicher Teil bei einem optischen Pyrometer

---

1) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 662—669. 1896.

2) M. Planck, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 2. p. 202—204. 1900.

3) H. Holborn u. F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 712—719. 1901.

ist die Vergleichslichtquelle, da die gesamte Helligkeit sehr schnell mit der Temperatur ansteigt.[1]) Benutzt man als Vergleichslicht eine Glühlampe, so kann man sich zur Constanthaltung ihrer Leuchtkraft entweder der Compensationsmethode bedienen[2]) oder aber eines empfindlichen Ampèremeters, um direct den elektrischen Heizstrom zu messen.[3]) Beim Pyrometer von Holborn und Kurlbaum bringt man durch Aenderung des genau messbaren Heizstromes den Faden der Vergleichsglühlampe auf dem optischen Bilde der zu messenden Strahlungsquelle zum Verschwinden und erhält aus der Stärke des Heizstromes mit Hülfe einer Tabelle die Temperatur der Strahlungsquelle.

Die Eigenart des neuen Photometers, dass sein Kriterium nicht im Endlichen liegt, wie bei den bisherigen Photometern und Pyrometern, sondern auf dem anvisirten Objecte, kommt zu ihrer vollen Geltung erst bei der Benutzung des Photometers als optisches Pyrometer, da bei ihm eine Hefnerlampe, Benzinflamme oder Petroleumlampe als Vergleichslichtquelle vollkommen ausreicht. Nimmt man nämlich ausser der matten Scheibe S_1 auch noch die matte Scheibe S_2 fort, so blickt man direct sowohl in die zu messende Strahlungsquelle L_1 als auch direct in die Vergleichslichtquelle L_2. Benutzt man als solche z. B. eine Hefnerlampe, so wird man selbst bei Aenderung der Gesamthelligkeit dieser Flamme doch noch die gleichen Temperaturbestimmungen erhalten, wenn man stets auf das Verschwinden der Streifen im hellsten Teile der Hefnerkerze einstellt, da die Flächenhelligkeit dieser Stelle nur unwesentlich von der Form, Grösse und Gestalt, also auch der gesamten Leuchtkraft der Flamme abhängen dürfte. Bei Einhaltung der Vorschriften[4])

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. **2.** Nr. 8. p. 89—92. 1900 und Ann. d. Phys. **5.** p. 829—856. 1901.

2) O. Lummer u. E. Brodhun, Zeitschr. f. Instrumentenk. **10.** p. 1—14. 1890.

3) Dies geschieht bei dem von E. Brodhun construirten sogenannten transportablen „Lindenphotometer".

4) Vgl. die Beglaubigung der Hefnerlampe durch die Physik.-Techn. Reichsanstalt; Schilling's Journ. f. Gasbel. **34.** p. 489—492 u. p. 509—512. 1891; **36.** p. 341—346. 1893.

kann übrigens auch die gesamte Leuchtkraft der ganzen Flamme bis auf einige Procente constant gehalten werden. Um auf die hellste Stelle der Hefnerflamme einstellen zu können wird man natürlich das Bild der ganzen Flamme im Gesichtsfeld abbilden und zu diesem Zwecke die Lampe in die Brennebene einer Linse setzen. Desselben Mittels kann man sich natürlich auch im durchgehenden Lichte bedienen. Nur ist darauf zu achten, dass man bei der Temperaturmessung unter denselben Bedingungen arbeitet, unter denen man die Aichung vorgenommen, d. h. die isochromatische Curve für den schwarzen Körper ausgeführt hat. Was von der Hefnerlampe gesagt wurde, gilt im wesentlichen auch von der Benzinkerze und der Petroleumflamme.

Als Lichtschwächungsmittel kommen Rauchglasplatten und NICOL'sche Prismen in Betracht, deren gegenseitige Stellung an einem Teilkreise ablesbar ist; ausserdem ist bei Anwendung von Mattscheiben auch die directe Entfernungsänderung zu benutzen. Am besten ist es, man bedient sich aller dieser Mittel zugleich, da bei dem ausserordentlich schnellen Fortschreiten des Lichtes mit der Temperatur die Lichtschwächung innerhalb weiter Grenzen geschehen muss. Der vorgeführte, von FR. SCHMIDT & HAENSCH in Berlin nach Angaben des Hrn. HAENSCH construirte Apparat ähnelt im Aeusseren einem L. WEBER'schen Photometer.[1]) Das Visirrohr ist zugleich mit dem Würfel, mit dem zur Aufnahme der Rauchglasplatten bestimmten Behälter und der Nicolmessvorrichtung um die Axe des zweiten Rohres drehbar. In diesem bewegt sich eine kleine Glühlampe, deren Strom constant gehalten und deren Entfernung von der matten Scheibe S_2 gemessen werden kann. Diese Mattscheibe kann ebenso wie diejenige S_1 im durchgehenden Lichte zurückgeschlagen werden. Ausserdem können zwischen die Mattscheibe S_2 und die Würfelfläche BC Rauchglasplatten eingeschoben werden.

Statt des Rohres mit der Glühlampe kann man ein zweites Rohr benutzen, welches in geeignetem Behälter die Hefner-

---

1) Das L. WEBER'sche Photometer und seine Anwendung. Catalog von FR. SCHMIDT & HAENSCH vom Jahre 1900.

lampe trägt, eventuell auch eine kleine Petroleumlampe aufnehmen kann. Wenn auch das ganze Instrument erst nach Ausführung einer genügenden Anzahl von Messungen eine endgültige Gestalt annehmen dürfte, so schien es mir doch jetzt schon an der Zeit, das neue Princip zu beschreiben und seine Anwendbarkeit auf bisher schwer oder ganz unlösbare Probleme darzulegen. Sobald das Photometer auch in seinen Einzelheiten von der Firma Schmidt & Haensch durchkonstruirt ist, werde ich mir erlauben, dasselbe mit Angabe genauer Messungen Ihnen noch einmal vorzuführen.

Berichtigung; von H. Starke.

(Vgl. oben S. 125.)

In meiner Mitteilung „Ueber einen WEHNELT'schen Unterbrecher für ganz schwache Ströme", in der vorigen Nummer (10) dieser Verhandlungen, habe ich zum Schlusse bemerkt, dass der von mir besprochene Unterbrecher von dem Institutsmechaniker ELLERMANN zum Preise von *M*. 10.— zu beziehen sei.

Hiergegen hat die Firma FERDINAND ERNECKE in Berlin in einem an mich gerichteten Schreiben auf Grund des Patentes des Hrn. Dr. WEHNELT, dessen alleinige Ausnutzungsrechte der genannten Firma vertraglich übertragen sind, Einspruch erhoben. Der angegebene Unterbrecher kann daher nicht von unserem Institutsmechaniker bezogen werden.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Am Sonnabend, den 26. October 1901, morgens gegen 11 Uhr, verschied sanft

Dr. Arthur König,

Professor an der Universität Berlin,

im 46. Lebensjahre.

Seit dem Jahre 1881 der Physikalischen Gesellschaft als Mitglied angehörig, war der Verstorbene vom siebenten Jahrgang (1888) an zunächst in Gemeinschaft mit E. Rosochatius, dann vom achten Jahrgange ab (1889) alleiniger Herausgeber der „Verhandlungen der Physikalischen Gesellschaft“, welche er auch vom Jahre 1899 ab unter dem neuen Titel „Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft“ bis zu seinem Tode redigirte.

Ehre seinem Andenken!

Sitzung vom 1. November 1901.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Der Vorsitzende teilt mit, dass am Sonnabend, den 26. October, der langjährige Herausgeber der „Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft"

Dr. Arthur König,

Professor an der Universität Berlin,

aus dem Leben geschieden ist, und gedenkt in warmen Worten der Verdienste, welche der Verstorbene sich um die physikalische Wissenschaft und um die Gesellschaft erworben hat.

Die Anwesenden erheben sich zu Ehren des Verstorbenen.

Hr. E. **Lampe** trägt vor

weitere Bemerkungen zu der Frage nach der günstigsten Form der Geschossspitzen gemäss der NEWTON'schen Theorie.

Hr. E. **Aschkinass** berichtet

über den Einfluss der Becquerelstrahlen auf organisirte Substanzen

(nach gemeinsam mit Hrn. **W. Caspari** angestellten Versuchen).

Als Mitglied wird in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Oberlehrer Dr. HUPE, Charlottenburg, Leonhardtstrasse 19.

Weitere Bemerkungen zu der Frage nach der günstigsten Form der Geschossspitzen gemäss der Newton'schen Theorie[1]; *von E. Lampe.*

(Vorgelegt in der Sitzung vom 1. November 1901.)

(Vgl. oben S. 150.)

Am Schlusse des diesjährigen Cursus in der Königlichen Kriegsakademie hatte ich die Aufgabe gestellt, gemäss den NEWTON'schen theoretischen Annahmen den Luftwiderstand auf Geschossspitzen in Gestalt von Rotationsflächen verschiedener Art zu berechnen und zahlenmässig untereinander zu vergleichen, wenn die Länge der Spitze a) $^2/_3$ Caliber, b) 1 Caliber, c) $^4/_3$ Caliber beträgt. Die Rotationsaxe des Geschosskörpers war als mit der Tangente der Flugbahn seines Schwerpunktes zusammenfallend vorausgesetzt. Von einem sehr talentvollen Zuhörer wurden unter anderem Widerstände von Rotationsflächen zweiter Ordnung in der Richtung der Rotationsaxe berechnet, und die Zahlenergebnisse schienen mir interessant genug, um den Widerstand an diesen Flächen etwas genauer zu prüfen. Hierbei haben sich in der That beachtenswerte Ergebnisse herausgestellt.

Der Luftwiderstand bei constanter Geschwindigkeit senkrecht gegen eine Ebene betrage für die Quadrateinheit W_0. Fällt nun die Bewegungsrichtung in die Richtung der negativen x-Axe, die zugleich die Rotationsaxe des Geschosses sein möge, so wird der Widerstand W der Rotationsfläche zwischen den Ordinaten y_1 und y_2 durch die Formel

$$W = 2\pi W_0 \int_{y_1}^{y_2} \frac{y\,dy}{1+q^2}$$

---

1) Vgl. p. 119—124 dieses Jahrganges der Verhandlungen. — Auf p. 121 ist dreimal r durch a zu ersetzen.

gegeben, wo q für dx/dy gesetzt ist. Um die Rechnung für alle Rotationsflächen zweiter Ordnung zugleich zu erledigen, legen wir die gemeinsame Scheitelgleichung der Kegelschnitte

$$y^2 = 2px + (\varepsilon^2 - 1)x^2$$

unserer Rechnung zu Grunde, in der ε die numerische Excentricität, $2p$ den Parameter bezeichnet. Aus ihr folgt durch Differentiation $y\,dy = \{p + (\varepsilon^2 - 1)x\}\,dx$. Da nun mit Hülfe der Curvengleichung $\{p + (\varepsilon^2 - 1)x\}^2 = p^2 + (\varepsilon^2 - 1)y^2$ leicht gefunden wird, so erhält man

$$1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2 = 1 + \frac{y^2}{p^2 + (\varepsilon^2 - 1)y^2} = \frac{p^2 + \varepsilon^2 y^2}{p^2 + (\varepsilon^2 - 1)y^2}.$$

Folglich wird

$$W = 2\pi W_0 \int_{y_1}^{y_2} \frac{y\,dy\,\{p^2 + (\varepsilon^2 - 1)y^2\}}{p^2 + \varepsilon^2 y^2}$$

$$= \frac{2\pi W_0}{\varepsilon^2} \int_{y_1}^{y_2} \left\{(\varepsilon^2 - 1)y + \frac{p^2 y}{p^2 + \varepsilon^2 y^2}\right\} dy$$

$$= \frac{\pi W_0}{\varepsilon^2} \left\{(\varepsilon^2 - 1)(y_2^2 - y_1^2) + \frac{p^2}{\varepsilon^2} \ln \frac{p^2 + \varepsilon^2 y_2^2}{p^2 + \varepsilon^2 y_1^2}\right\}.$$

Der Widerstand W_1 der Stirnfläche, eines Kreises vom Radius y_1, ist $W_1 = \pi W_0 y_1^2$; derjenige der Basis, eines Kreises vom Radius y_2, würde $W_2 = \pi W_0 y_2^2$ sein. Setzt man nun das Verhältnis des gesamten Widerstandes der Spitze zu demjenigen der Basis gleich ω, oder $(W + W_1)/W_2 = \omega$, so ist hiernach

$$\omega = \frac{y_1^2}{y_2^2} + \frac{1}{\varepsilon^2}\left\{(\varepsilon^2 - 1)\frac{(y_2^2 - y_1^2)}{y_2^2} + \frac{p^2}{\varepsilon^2 y_2^2} \ln \frac{p^2 + \varepsilon^2 y_2^2}{p^2 + \varepsilon^2 y_1^2}\right\},$$

oder endlich

$$\omega = \frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2} + \frac{y_1^2}{\varepsilon^2 y_2^2} + \frac{p^2}{\varepsilon^4 y_2^2} \ln \frac{p^2 + \varepsilon^2 y_2^2}{p^2 + \varepsilon^2 y_1^2}. \tag{1}$$

Als **gegeben** wollen wir nun annehmen das Verhältnis λ der Länge $x_2 - x_1$ der Geschosspitze zum Caliber $2y_2$, also

$x_2 - x_1 = 2\lambda y_2$, und ausserdem das Verhältnis δ des Durchmessers $2y_1$ der Stirnfläche zum Durchmesser $2y_2$ der Basisfläche, also $y_1/y_2 = \delta$. Zur Bestimmung der vier Unbekannten x_1, y_1, x_2, y_2 hat man dann die Gleichungen $x_2 - x_1 = 2\lambda y_2$, $y_1 = \delta y_2$; ferner wird die Gleichung des Kegelschnittes durch die beiden Wertepaare (x_1, y_1) und (x_2, y_2) befriedigt.

Für die Hyperbel folgt aus $(\varepsilon^2 - 1)x^2 + 2px = y^2$:

$$x(\varepsilon^2 - 1) = -p + \sqrt{p^2 + (\varepsilon^2 - 1)y^2}.$$

Mithin wird

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\varepsilon^2 - 1}\left\{\sqrt{p^2 + (\varepsilon^2 - 1)y_2^2} - \sqrt{p^2 + (\varepsilon^2 - 1)\delta^2 y^2}\right\} = 2\lambda y_2.$$

Nach y_2 aufgelöst, liefert diese Gleichung:

$$(2)\qquad y_2^2 = \frac{16p^2\lambda^2}{(\varepsilon^2 - 1)\{[1 + \delta^2 - 4\lambda^2(\varepsilon^2 - 1)]^2 - 4\delta^2\}}.$$

Setzt man in diese Formel ein: $p = b^2/a$, $\varepsilon^2 - 1 = b^2/a^2$ und bezeichnet zur Bequemlichkeit das Verhältnis a/b mit α (also $a = b\alpha$), so geht (2) über in

$$(2\text{a})\qquad \frac{y_2^2}{b^2} = \frac{16\lambda^2}{\alpha^2\{[1 + \delta^2 - 4\lambda^2/\alpha^2]^2 - 4\delta^2\}}.$$

Für die Ellipse ergiebt die analoge Rechnung

$$(2\text{b})\qquad \frac{y_2^2}{b^2} = \frac{16\lambda^2}{\alpha^2\{[1 + \delta^2 + 4\lambda^2/\alpha^2]^2 - 4\delta^2\}}.$$

Bei der Parabel hat man $2p(x_2 - x_1) = y_2^2 - y_1^2 = 4p\lambda y_2$, also sofort

$$(2\text{c})\qquad y_2 = \frac{4\lambda p}{1 - \delta^2}.$$

Damit sind die für Zahlenrechnungen erforderlichen Formeln entwickelt. Wir geben nun die Resultate gesondert für die drei Arten der Kegelschnitte.

Da die NEWTON'sche Meridiancurve für die Rotationsfläche kleinsten Widerstandes in der Nähe der Stirnfläche stark gekrümmt ist, in einiger Entfernung aber nur noch schwache Krümmung zeigt, so liegt es nahe, vor allem hyperboloidische Spitzen mit den Spitzen minimalen Widerstandes zu vergleichen.

I. Zahlenbeispiele für hyperboloidische Spitzen.

Setzt man in Formel (1) $\varepsilon^2 = c^2/a^2$, $p = b^2/a$, so erhält man

$$\omega = \frac{b^2}{c^2} + \frac{a^2}{c^2}\frac{y_1^2}{y_2^2} + \frac{a^2 b^4}{c^4 y_2^2} \ln \frac{b^4 + c^2 y_2^2}{b^4 + c^2 y_1^2}.$$

Nehmen wir b als Maasseinheit, oder setzen $b = 1$, so wird aus $a/b = \alpha$ erhalten $a = \alpha$, $c^2 = \alpha^2 + 1$, und die obige Formel geht über in

$$\text{(1 a)} \quad \omega = \frac{1}{\alpha^2 + 1} + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 1}\delta^2 + \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + 1)^2 y_2^2} \ln \frac{1 + (\alpha^2 + 1) y_2^2}{1 + (\alpha^2 + 1)\delta^2 y_2^2},$$

wo y_2 durch die Gleichung gegeben ist:

$$\text{(2 a)} \quad \cdot \; \frac{16\lambda^2}{\alpha^2\{[1 + \delta^2 - 4\lambda^2/\alpha^2]^2 - 4\delta^2\}}.$$

Wenn die Spitze im Scheitel des Rotationshyperboloides beginnt, also keine ebene Stirnfläche besitzt, so ist $y_1 = 0$, $\delta = 0$, und die Formeln vereinfachen sich zu

$$\text{(1 a*)} \quad \omega = \frac{1}{\alpha^2 + 1} + \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + 1)^2 y_2^2} \ln\{1 + (\alpha_2^2 + 1) y_2^2\},$$

$$\text{(2 a*)} \quad y_2 = \frac{4\lambda\alpha}{\alpha^2 - 4\lambda^2}.$$

In diesen Formeln erscheint ω als Function der beiden Variabeln α und δ, falls λ als constant gegeben angesehen wird. Man kann sich also die Aufgabe stellen, ω bei vorgegebenem λ zu einem Minimum zu machen. Die hierbei zu lösenden transcendenten Gleichungen sind aber von recht unangenehmer Art; daher scheint es vorteilhafter, sich dem gesuchten Minimum durch ein tastendes Verfahren zu nähern. Die gegebene Grösse λ ist immer aus der von August berechneten Tafel entnommen worden, damit die von ihm berechneten Widerstandszahlen, die er für Minimalzahlen hielt, mit den von uns berechneten verglichen werden können. Wir werden im Folgenden diese August'schen Widerstandszahlen immer durch (A. Z.) bezeichnen. In der vorigen Note hatte ich p. 120 nach dem Anblick der Abhandlung von August im Journal für die reine und angewandte Mathematik aus-

gesagt, dass er die Zahlenwerte für die Widerstände von drei Spitzen berechnet habe; die von mir inzwischen verglichene Arbeit im Archiv für die Artillerie- und Ingenieur-Offiziere enthält jedoch eine Tabelle mit 29 Werten.

Wir nehmen zunächst die Grösse $\delta = 0$, benutzen demnach die Formeln (1a*), (2a*) und setzen überall $100\,\omega$ an, um den Widerstand gegen die Spitze in Procenten des maximalen Widerstandes der Basis des Geschosses auszudrücken.

1. $\delta = 0$, $\lambda = 0{,}66620$, (A. Z.) = 27,824.

$\alpha =$	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1
$100\,\omega =$	28,996	28,986	**28,982**	28,984	28,990	28,999

2. $\delta = 0$, $\lambda = 1{,}01527$, (A. Z.) = 15,710.

$\alpha =$	2,9	3,0	3,1	3,2
$100\,\omega =$	16,009	15,984	**15,977**	15,983

3. $\delta = 0$, $\lambda = 1{,}3029$, (A. Z.) = 10,524.

$\alpha =$	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8
$100\,\omega =$	10,702	10,675	**10,664**	10,667	10,678

Man ersieht hieraus, dass für hyperboloidische Spitzen ohne ebene Stirnflächen die hier gefundenen Minima:

28,982 15,977 10,664

den von August berechneten Zahlen recht nahe kommen. Ganz überraschend gestalten sich aber die Ergebnisse, wenn man y_1 nicht gleich Null setzt, die Geschossspitze also eine Stirnfläche besitzt.

1. $\lambda = 0{,}62021$, (A. Z.) = 30,210.

a) $\delta = 0{,}25$, $\alpha = 3$, $100\,\omega = 30{,}162$.

b) $\delta = 0{,}26$.

$\alpha =$	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3
$100\,\omega =$	30,161	30,141	30,122	30,104	30,089	30,078	**30,071**	30,076	30,093

c) $\delta = 0{,}27$.

$\alpha =$	2,7	2,6	2,5	2,4
$100\,\omega =$	30,084	30,070	**30,065**	30,070

d) $\delta = 0{,}28$.

$\alpha =$	2,4	2,5	2,6
$100\,\omega =$	30,079	**30,073**	30,077

2. $\lambda = 0{,}66620$, (A. Z.) $= 27{,}824$.

$\alpha = 3$	$\delta =$	0,24	0,25	0,26
	$100\,\omega =$	27,771	**27,769**	27,782

3. $\lambda = 0{,}71153$, (A. Z.) $= 25{,}693$.

$\alpha = 3$	$\delta =$	0,21	0,22	0,23	0,24
	$100\,\omega =$	25,667	**25,656**	25,657	25,672

Diese Zahlenbeispiele zeigen, dass man mit einer hyperboloidischen Spitzenform Widerstände erhält, die unterhalb der von August berechneten vermeintlichen Minimalwiderstände liegen. Mithin ist es nicht richtig, dass eine nach den Vorschriften von August durch eine Newton'sche Minimalfläche und eine ebene Stirnfläche begrenzte Geschossspitze den kleinsten Widerstand bietet.

Dieser Irrtum ist in der Abhandlung von Armanini aufgedeckt worden, die in der ersten Note p. 119 citirt ist. August setzt an die Newton'sche Rotationsfläche eine Stirnfläche, sodass der Winkel zwischen der Tangente der Meridiancurve an der Ansatzstelle und der Rotationsaxe 60^0 beträgt. Armanini dagegen zeigt, dass das Minimum erst dann eintreten kann, wenn der betreffende Winkel 45^0 ist. Mithin sind alle von August als Minimalwiderstände für eine gegebene Spitzenlänge berechneten Zahlen zu gross. In seinen Zeichnungen ist das vorderste Stück der Spitze wegzuschneiden, und zwar bis zu der Ordinate hin, die zu $q = 1$ gehört, weil dann $\tau = 45^0$ wird.

Der strenge Nachweis, dass die Newton'sche Minimalfläche nach der Vorschrift von Armanini in der That für unsere Aufgabe ein Minimum giebt, wird in einer Abhandlung des Hrn. Kneser geführt, die demnächst im Archiv der Mathematik und Physik erscheinen wird.

Zu praktischen Zwecken müsste also jetzt eine Neuberechnung der von August entworfenen Tafel stattfinden. Diese an sich nicht gerade allzu mühsame Arbeit auszuführen, liegt jedoch keine Veranlassung vor. — Schon die vorstehenden Zahlenbeispiele zeigen, dass man für praktische Zwecke die Newton'sche Minimalcurve wohl durch passend gewählte Hyperbeln wird ersetzen dürfen, ohne sich vom Minimalwider-

stande um Grössen zu entfernen, die in Wirklichkeit zu berücksichtigen wären. Die Formeln (1a) und (2a) können zur Lösung bezüglicher Fragen dienen. Jedenfalls ist es interessant, dass eine der einfachsten bekannten Curven sich für eine angenäherte Lösung der Aufgabe als brauchbar erweist. Das Axenverhältnis $a/b = \alpha$ derjenigen Hyperbel, die als Meridiancurve der Geschossspitze dienen kann, liegt in den berechneten Fällen in der Nähe von 3; der halbe Asymptotenwinkel also in der Nähe von $18^1/_2{}^0$.

Um aber zu einem sicheren Urteil über die Annäherung an die wahren Minimalzahlen zu gelangen, wollen wir nun die Formeln hersetzen, nach denen man jene Minimalzahlen zu berechnen hat. Ist $q = dx/dy$ ein variabler Parameter, so werden die Coordinaten der NEWTON'schen Meridiancurve ausgedrückt durch

$$\frac{x}{c} = \tfrac{3}{4} q^4 + q^2 - \ln q + C, \quad \frac{y}{c} = \frac{(1+q^2)^2}{q}.$$

Dem Werte 45^0 von τ entspricht $q = 1$, nennen wir x_0 den zugehörigen Wert von x, so wird

$$\frac{x - x_0}{c} = \tfrac{3}{4} q^4 + q^2 - \ln q - 1{,}75,$$

und da $x - x_0 = 2\lambda y$, wenn y die Ordinate der Basisfläche der Spitze ist, so hat man:

$$\frac{x - x_0}{2y} = \frac{\tfrac{3}{4} q^4 + q^2 - \ln q - 1{,}75}{2(1+q^2)^2/q} = \lambda. \tag{3}$$

Ist λ gegeben, so hat man aus der vorstehenden transcendenten Gleichung für q diese Grösse zu berechnen. Wir haben auf solche Weise für drei Zahlenwerte von λ, die AUGUST benutzt hat, gefunden:

$\lambda =$	0,66620	1,01527	1,3029
$q =$	2,25267	3,02374	3,71659

Der Widerstand der Rotationsfläche der Meridiancurve ist

$$W = 2\pi W_0 \int \frac{y\,dy}{1+q^2};$$

nach Einsetzung von y und dy ergiebt dies

$$W = W_0 \pi c^2 \left\{ \tfrac{3}{2} q^4 + 5 q^2 + \frac{1}{q^2} + 2 \ln q + C' \right\},$$

wo C' die Integrationsconstante ist. Da für $q = 1$ die Fläche beginnen, W also Null werden soll, so ergiebt sich $C' = -7,5$. Die Ordinate y_1 der Stirnfläche ist $y_1 = 4\,c$; der Widerstand W_1 der Stirnfläche ist daher $W_1 = \pi\, W_0\, c^2 \,.\, 16$, derjenige der Basisfläche $W_2 = \pi\, W_0\, y^2$. Setzt man alle diese Werte in $\omega = (W + W_1) / W_2$ ein und bezeichnet den zu y gehörigen Wert von q einfach mit q ohne Index, so erhält man

$$(4) \qquad \omega = \frac{8,5 + \frac{3}{2}\, q^4 + 5\, q^2 + 1/q^2 + 2 \ln q}{[(1 + q^2)^2 / q]^2}$$

als den kleinsten Widerstand einer Spitze von der Länge λ, wenn man für q den aus (3) folgenden Wert nimmt. Hiernach sind die in der ersten Columne der folgenden Tabelle stehenden Zahlen für $100\,\omega$ berechnet worden.

	$100\,\omega$ nach Formel (4)	$100\,\omega$ nach August	$100\,\omega$ einer hyperboloidischen Spitze
$\lambda = 0,66620$	27,698	27,824	27,769
$\lambda = 1,01527$	15,679	15,710	15,720
$\lambda = 1,3029$	10,270	10,524	10,586

Diese Zahlen[1]) veranschaulichen die grosse Annäherung, welche durch hyperboloidische Spitzen an den minimalen Widerstand erreicht wird, zeigen aber auch, dass die von August berechneten Zahlen, obwohl alle zu gross, den Zahlen des kleinsten Widerstandes recht nahe stehen. Wenn August für die Spitzenlängen $\lambda = \frac{2}{3}$, $\lambda = 1$, $\lambda = \frac{4}{3}$ den minimalen Widerstand nicht berechnet hat, wahrscheinlich um die transcen-

---

1) Bei der Abfassung der früheren Note p. 119ff. der Verhandlungen hatte ich die wirklichen Minimalzahlen noch nicht berechnet, sondern benutzte zur Vergleichung die etwas zu grossen Zahlen der August'schen Tabelle. — Als eine nachträgliche Bemerkung zu p. 121 füge ich jetzt hinzu, dass sich für den abgestumpften Kegel kleinsten Widerstandes die betreffende Formel so schreiben lässt:

$$\omega = 1 + 2\,\lambda^2 - 2\,\lambda \sqrt{1 + \lambda^2},$$

wo $\lambda = h / 2\,a$ ist. Das Verhältnis $\delta = x / a$ ergiebt aber genau denselben Wert; für diesen Fall ist also immer $\delta = \omega$, wie die l. c. mitgeteilten Zahlenwerte zeigen.

dente Gleichung, welche in seiner Annahme der obigen Gleichung (3) entspricht, nicht lösen zu müssen, so setzen wir die betreffenden Zahlen her, indem wir noch $\lambda = \frac{1}{2}$ zufügen:

$\lambda = \frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}$
$q =$ 2,25364	2,99182	3,79127	1,9168
$100\,\omega =$ 27,6766	16,042	10,1126	37,482

In anderen Beispielen als den oben mitgeteilten ist es mir zwar gelungen, bei hyperboloidischen Spitzen den AUGUST'schen Zahlen ungemein nahe zu kommen, nicht aber unter sie hinabzugehen.

4. $\lambda = 1{,}01527$, (A. Z.) = 15,710.

a) $\alpha = 3$.

$\delta =$	0,09	0,10	0,11	0,12
$100\,\omega =$	15,75	15,742	15,730	15,729

b) $\alpha = 3{,}1$.

$\delta =$	0,1	0,11	0,12	0,13
$100\,\omega =$	15,737	15,724	15,720	15,732

c) $\alpha = 3{,}2$.

$\delta =$	0,12	0,13
$100\,\omega =$	15,727	15,732

5. $\lambda = 1{,}3029$, (A. Z.) = 10,524.

$\alpha = 3{,}6$.

$\delta =$	0,11	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06
$100\,\omega =$	10,692	10,644	10,612	10,593	10,587	10,586

Da es immerhin eine etwas mühselige Arbeit ist, die Combination von δ und α zu bestimmen, durch welche ω für ein vorgegebenes λ gemäss der Gleichung (2a) ein Minimum wird, so kann aus diesen letzten Beispielen noch nicht geschlossen werden, dass die hyperboloidischen Spitzen bei diesen gegebenen Längen λ sich den Minimalwerten des Widerstandes weniger gut annähern als die von AUGUST construirten.

II. Zahlenbeispiele für ellipsoidische Spitzen.

Den Formeln für das Hyperboloid entsprechend, hat man hier die Gleichungen:

$$\omega = -\frac{b^2}{c^2} + \frac{a^2}{c^2} \cdot \frac{y_1^2}{y_2^2} + \frac{a^2 b^4}{c^4 y_2^2} \ln \frac{b^4 + c^2 y_2^2}{b^4 + c^2 y_1^2},$$

oder für $b = 1$, $a/b = \alpha$, $c^2 = \alpha^2 - 1$, $y_1 = y_2 \delta$:

$$(1\text{b}) \qquad \omega = -\frac{1}{\alpha^2 - 1} + \frac{\alpha^2 \delta^2}{\alpha^2 - 1} + \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 - 1)^2 y_2^2} \ln \frac{1 + (\alpha^2 - 1) y_2^2}{1 + (\alpha^2 - 1) \delta^2 y_1^2},$$

$$(2\text{b}) \qquad y_2^2 = \frac{16 \lambda^2}{\alpha^2 \{[1 + \delta^2 + 4 \lambda^2/\alpha^2]^2 - 4 \delta^2\}}.$$

Für $y_1 = 0$, $\delta = 0$ ist also:

$$(1\text{b*}) \qquad \omega = -\frac{1}{\alpha^2 - 1} + \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 - 1)^2 y_2^2} \ln \{1 + (\alpha^2 - 1) y_2^2\},$$

$$(2\text{b*}) \qquad y_2 = \frac{4 \lambda \alpha}{\alpha^2 + 4 \lambda^2}.$$

1. $\lambda = 0{,}66620$, $\mu = 0$.

$\alpha =$	3	4	5	6	7	8
$100\,\omega =$	30,60	30,03	29,797	29,685	29,622	29,582

$\alpha =$	9	.....	∞
$100\,\omega =$	29,556	.....	29,46

2. $\alpha = 3$, $\delta = \frac{1}{4}$, $100\,\omega = 29{,}346$.
3. $\alpha = 3$, $\delta = \frac{1}{3}$, $100\,\omega = 29{,}906$.
4. $\alpha = 3{,}1$, $\delta = \frac{1}{4}$, $100\,\omega = 29{,}247$.

III. Zahlenbeispiele für paraboloidische Spitzen.

Durch Einsetzung von y_2 aus (2c) in (1), wo ausserdem $\varepsilon = 1$ zu setzen ist, folgt:

$$(1\text{c}) \qquad \omega = \delta^2 + \frac{(1 - \delta^2)^2}{16 \lambda^2} \ln \frac{16 \lambda^2 + (1 - \delta^2)^2}{16 \lambda^2 \delta^2 + (1 - \delta^2)^2}.$$

1. $\lambda = 0{,}6662$.

$\delta =$	0	0,1	0,2	0,24	0,25	0,3
$100\,\omega =$	29,46	29,152	28,597	28,496	28,495	28,675

Für $\delta = 0$ erhält man hier denselben Zahlenwert wie unter II. für $\alpha = \infty$; bei näherem Zusehen erkennt man diese Ueber-

einstimmung als notwendig, weil dann die Ellipse in eine Parabel übergeht.

2. $\lambda = 1{,}01527$.

$\delta = 0$	0,09	0,1	0,11	0,2
$100\,\omega = 17{,}352$	17,214	17,195	17,180	17,406

Nachtrag. In der am Eingange erwähnten Arbeit meines Zuhörers war auch der Rotationskörper der Kettenlinie mit einem Zahlwerte vertreten. Da die Rechnung ein hübsches Beispiel für den Gebrauch der Hyperbelfunctionen abgiebt, so setze ich die Entwickelung her.

Die Gleichung der Kettenlinie lautet in Bezug auf das von uns festgesetzte Coordinatensystem:

$$x = \frac{m}{2}\left(e^{\frac{y}{m}} + e^{-\frac{y}{m}}\right) = m \cosh \frac{y}{m}.$$

Folglich ist

$$\frac{dx}{dy} = \sinh \frac{y}{m},$$

$$1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2 = 1 + \sinh^2 \frac{y}{m} = \cosh^2 \frac{y}{m}.$$

$$\int \frac{y\,dy}{1+q^2} = \int \frac{y\,dy}{\cosh^2 \frac{y}{m}}.$$

Durch partielle Integration erhält man

$$m y \operatorname{tgh} \frac{y}{m} - m \int dy \operatorname{tgh} \frac{y}{m} = m y \operatorname{tgh} \frac{y}{m} - m^2 \ln \cosh \frac{y}{m}.$$

Mithin wird

$$W = 2\pi W_0 m \left\{ y \operatorname{tgh} \frac{y}{m} - m \ln \cosh \frac{y}{m} \right\}_{y_1}^{y_2},$$

$$W_1 = \pi W_0 y_1^2, \quad W_2 = \pi W_0 y_2^2,$$

$$\frac{W + W_1}{W_2} = \frac{y_1^2}{y_2^2} = \frac{2m}{y_2^2}\left\{ y_2 \operatorname{tgh} \frac{y_2}{m} - y_1 \operatorname{tgh} \frac{y_1}{m} - m \ln \frac{\cosh(y_2/m)}{\cosh(y_1/m)} \right\}.$$

Für $y_1 = 0$, $y_2/m = z$ wird also

$$\omega = \frac{2}{z}\left\{ \operatorname{tgh} z - \frac{1}{z} \ln \cosh z \right\}, \tag{3}$$

oder wenn man die Exponentialfunctionen einsetzt

$$\omega = \frac{2}{z}\left\{ \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} - \frac{1}{z} \ln \frac{e^z + e^{-z}}{2} \right\}.$$

Nur dieser Fall $\delta = 0$, $y_1 = 0$ werde durch Zahlenbeispiele erläutert. Offenbar ist $(x_2 - m)/2\,y_2 = \lambda$, also

$$\frac{m}{2}\left(e^{\frac{y_2}{m}} + e^{-\frac{y_2}{m}}\right) - m = 2\,y_2\,\lambda,$$

$$\tfrac{1}{2}(e^{z} + e^{-z}) - 1 = 2\,z\,\lambda.$$

Ist λ gegeben, so muss aus dieser transcendenten Gleichung z berechnet, dann in (3) eingesetzt werden. Für die drei wiederholt benutzten Werte von λ erhält man folgende Zahlen:

$\lambda = 0{,}66620$	$z = 1{,}9728$	$100\,\omega = 30{,}785$
$\lambda = 1{,}01527$	$z = 2{,}4859$	$100\,\omega = 21{,}083$
$\lambda = 1{,}3029$	$z = 2{,}8077$	$100\,\omega = 16{,}978$

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. Nr. 13.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 15. November 1901.

Vorsitzender: Hr. E. WARBURG.

Der Vorsitzende gedenkt des Verlustes, den die Gesellschaft durch den Tod ihres Mitgliedes

Prof. Dr. Max Eschenhagen,

Abteilungsvorsteher am Kgl. Meteorologischen Institut zu Potsdam,

erlitten hat.

Die Anwesenden erheben sich zu ehrendem Gedächtnis des Verstorbenen.

Der Vorsitzende teilt ferner mit, dass die Eintragung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft ins Vereinsregister nunmehr unter Nr. 203 am 8. November 1901 erfolgt ist.

Die Uebersiedelung der Herren DU BOIS nach Holland und BEHN nach Frankfurt a. M. macht die Ergänzungswahl des Schriftführers und eines stellvertretenden Schriftführers für den Vorstand der Gesellschaft bis zu den Neuwahlen im

Mai n. J. notwendig. In den durch Acclamation erfolgten Wahlen werden der bisherige stellvertretende Schriftführer

Hr. F. Kurlbaum zum Schriftführer, sowie

Hr. H. Starke und } zu stellvertretenden Schriftführern
Hr. F. Martens }

gewählt. Da Hr. Starke bisher das Amt des Bibliothekars bekleidete, so werden ferner

Hr. R. Defregger zum Bibliothekar und

Hr. H. Kreusler zum stellvertretenden Bibliothekar

gewählt.

Die Redaction der „Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft“ übernimmt an Stelle des verstorbenen Hrn. A. König mit Zustimmung der Versammlung zunächst gleichfalls bis zu den Wahlen im Mai n. J. Hr. K. Scheel.

Hr. **H. Rubens** spricht sodann über

das Reflexionsvermögen von Metallen für ultraviolette Strahlen

(nach gemeinsam mit Hrn. **E. Hagen** angestellten Versuchen).

Hr. **M. Thiesen** spricht ferner

über den Reibungswiderstand des Lichtäthers.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. G. Leithäuser, Berlin W., Nollendorfstrasse 17,

Hr. E. Meyer, Berlin NW., Karlstrasse 25,

Hr. Dr. H. Kreusler, Berlin NW., Reichstagsufer 8.

Das Reflexionsvermögen von Metallen für ultraviolette Strahlen;
von E. Hagen und H. Rubens.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. November 1901.)

(Vgl. oben S. 164.)

In einer früheren Mitteilung[1]) haben wir eine Methode beschrieben, mit Hülfe deren man das Reflexionsvermögen eines beliebigen Körpers für nahezu senkrechte Incidenz auf optischem Wege mit grosser Genauigkeit ermitteln kann. Das Verfahren beruhte auf der photometrischen Vergleichung eines leuchtenden Gegenstandes (glühenden Platinstreifens) und dessen gleichgrossen reellen Bildes, welches durch einen Hohlspiegel aus der zu untersuchenden Substanz entworfen wurde.

Wir hegten schon damals die Absicht, die Messungen mit Hülfe eines fluorescirenden Oculars über das sichtbare Gebiet hinaus in das ultraviolette Spectrum auszudehnen[2]), und hatten

---

1) E. Hagen u. H. Rubens, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin **17.** p. 143. 1898.

2) Soweit uns bekannt ist, liegen ausser einer Bestimmung Langley's (Phil. Mag. **27.** p. 10. 1899), der das Reflexionsvermögen eines Silberspiegels bei 400 $\mu\mu$ gleich 80 Proc. und bei 350 $\mu\mu$ gleich 61 Proc. fand, quantitative Angaben über das Reflexionsvermögen der Metalle und Spiegelmetalle für ultraviolette Strahlen von anderer Seite nicht vor. Die auf photographischem Wege erhaltenen Versuchsergebnisse des Hrn. Schumann (Sitzungsber. d. k. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (IIa) **108.** Febr. 1899), sowie des Hrn. Glatzel (Physik. Zeitschr. **2.** p. 176—178. 1900), sind rein qualitativer Natur, und die wenigen von Letzterem aus seinen Versuchen abgeleiteten Zahlenangaben sind zum Teil nicht einmal der Grössenordnung nach richtig.

Während der Drucklegung unserer Arbeit erhalten wir Kenntnis von der soeben im Octoberheft der Physical Review **13.** p. 193. 1901 erschienenen Abhandlung des Hrn. P. G. Nutting. Auch die von ihm benutzte photographische Methode scheint wenig geeignet, quantitative Resultate zu liefern. Die für Silber angegebenen Werte stimmen zwar mit den unserigen angenähert überein, aber bei den übrigen Metallen,

aus diesem Grunde sämtliche Glasteile im Apparat vermieden. Zur Dispersion der Strahlen diente ein Quarzprisma, die Spectrometerobjective und die Projectionslinse waren durch Quarz-Flusspatachromate ersetzt. Es zeigte sich jedoch bald, dass die Methode in ihrer ursprünglich angewandten Form für Messungen im Ultraviolett nicht geeignet war. Sie bedurfte hierzu einer wesentlichen Abänderung, da sich die Strahlungsintensität unseres elektrisch geglühten Platinstreifens in diesem Spectralgebiet als unzureichend erwies, und die Genauigkeit photometrischer Vergleichung in dem Gebiet kleiner Wellenlängen durch diffuse Strahlen erheblich beeinträchtigt wird. Wir entschlossen uns deshalb, die photometrische Methode durch eine andere zu ersetzen, welche es gestattet, die Intensität der auffallenden und reflectirten Strahlen nacheinander zu messen, wodurch die Anwendung einer anderen intensiveren Lichtquelle ermöglicht wird. Zur Messung der Strahlungsintensität benutzen wir eine lineare Thermosäule [1]) in Verbindung mit einem sehr empfindlichen, gegen magnetische Störungen völlig geschützten Panzergalvanometer.[2]) Als Lichtquelle dient eine ausserordentlich constant brennende SCHUCKERT'-sche Bogenlampe. Durch besondere Vorversuche hatten wir uns davon überzeugt, dass das Spectrum einer kräftigen Bogenlampe auch in seinem ultravioletten Teil noch genügend intensiv ist, um genaue Messungen mit Hülfe der Thermosäule zu gestatten. Zwar ist die Emission des positiven Kraters bereits bei $\lambda = 300\ \mu\mu$ eine äusserst geringe, doch zeigt der Bogen selbst eine Reihe von ultravioletten Emissionsbanden, von denen zwei (bei $\lambda = 385$ und $\lambda = 357\ \mu\mu$) bereits durch die Arbeiten von KAYSER und RUNGE [3]) und B. W. SNOW [4]) bekannt sind. Letzterem gelang es mit Hülfe des Bolometers zu zeigen, dass die Banden bei $\lambda = 385\ \mu\mu$ eine äusserst kräftige, die bei $\lambda = 357\ \mu\mu$ eine durchaus merkliche

---

für welche Hr. NUTTING übrigens nur Curven mitteilt, ist dies so wenig der Fall, dass die letzteren den Charakter der Erscheinung nach unseren Erfahrungen qualitativ unrichtig wiedergeben.

1) H. RUBENS, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 65. 1898.

2) H. DU BOIS u. H. RUBENS, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 65. 1900.

3) H. KAYSER u. C. RUNGE, Wied. Ann. 38. p. 90. 1889.

4) B. W. SNOW, Wied. Ann. 47. p. 227. 1892.

Wärmewirkung hervorbringen. Dass Hr. SNOW das Vorhandensein noch weiter im Ultraviolett gelegener Banden mit seiner Versuchsanordnung nicht nachweisen konnte, ist in erster Linie dem Umstand zuzuschreiben, dass Linsen und Prisma seines Spectrometers aus Glas bestanden. Mit Hülfe unserer Instrumente gelang es uns ohne Schwierigkeit, drei weitere Banden im Ultraviolett aufzufinden, deren Intensitätsmaxima bei den Wellenlängen 305, 288 und 251 $\mu\mu$ liegen.[1]) Untersucht man die von dem Krater der positiven Kohle ausgesandte Strahlung, so findet man, dass die soeben genannten Emissionsbanden des Kohlenbogens über das continuirliche Spectrum der heissen Kohle hinübergelagert und nahezu ebenso kräftig sind, wie wenn man den Bogen allein strahlen lässt. Wir haben es deshalb vorgezogen, nicht mit dem Spectrum des Bogens allein, sondern mit demjenigen des positiven Kraters zu arbeiten.

Die Versuchsanordnung ist aus der Fig. 1 ersichtlich. In derselben bedeutet F ein kleines, total reflectirendes Quarzprisma, welches so geschliffen ist, dass seine Kanten parallel der Krystallaxe liegen, und welches auf einem drehbaren Tischchen derart befestigt ist, dass die Umdrehungsaxe des letzteren mit der Kante eines der beiden 45°-Winkel des Reflexprismas entweder ganz oder nahezu zusammenfällt. Das Tischchen selbst ist zwischen festklemmbaren Anschlägen um einen bestimmten Winkel drehbar und erlaubt, das Reflexprisma aus der in der Figur punktirt gezeichneten Stellung (Lage 1) in die durch ausgezogene Linien gekennzeichnete (Lage 2) überzuführen und umgekehrt.

In der Fig. 1 bedeutet weiter C ein Diaphragma von 3×3 mm Grösse, B eine Doppellinse aus Quarz, welche die von dem Krater der Bogenlampe A ausgehenden Strahlen auf C concentrirt. Dieselben passiren einen mit Wasser gefüllten Trog D, dessen Wände aus dünnen, planparallelen Quarzplatten bestehen, und fallen auf das achromatische System E auf, dessen Stellung so gewählt ist, dass es die von dem Diaphragma C ausgehenden Strahlen zu einem Bilde a auf der einen Kathetenfläche des zunächst in der Lage 1 zu denkenden Reflexprismas vereinigt.

---

1) Welchem Element diese Banden angehören, bleibt dahingestellt.

Die von *a* aus weitergehenden Strahlen werden hierauf an der Hypotenuse des Reflexprismas reflectirt und vermittelst der achromatischen Projectionslinse *H* zu einem scharfen Bilde auf dem bilateralen Spalt *J* des Spectralapparates vereinigt. Nimmt hingegen das Reflexprisma *F* die Lage 2 ein, so werden die Strahlen nach dem Eintritt in das Prisma zunächst an der Hypotenusenfläche reflectirt und ein Bild bei *b* nahe der jetzt die Austrittsfläche bildenden Kathetenseite des Prismas liefern. Die von diesem Bilde aus weitergehenden Strahlen

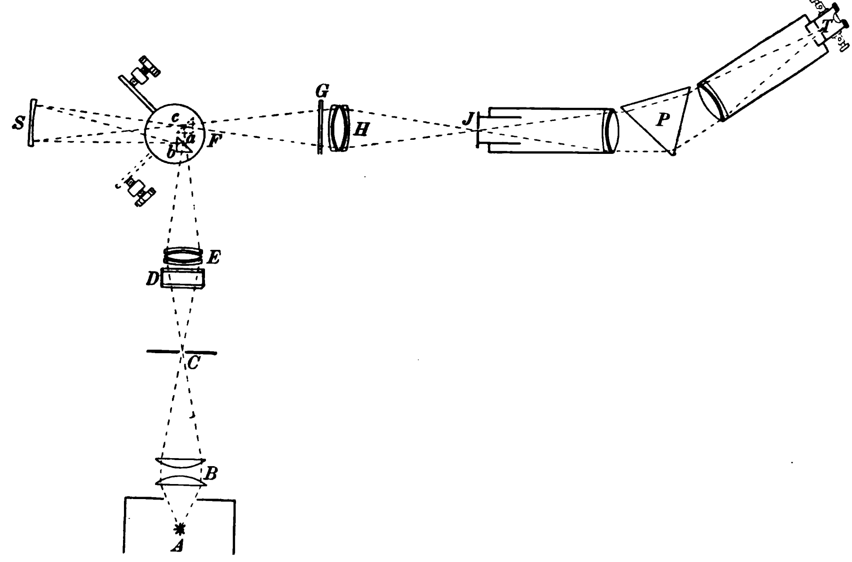


Fig. 1.

fallen sodann mit einer Incidenz von etwa 1° auf den zu untersuchenden Hohlspiegel *S* auf, dessen Aufstellung so gewählt wird, dass die von ihm reflectirten, ursprünglich von dem Diaphragma *C* ausgegangenen Strahlen sich in *c* wiederum zu einem reellen Bilde vereinigen.

Um bei unseren Versuchen die richtige Stellung des Hohlspiegels *S* zu finden, hat man die Neigung seiner Symmetrieaxe so lange zu verändern und ihn mikrometrisch vor- oder zurückzuschieben, bis bei ungeänderter Stellung der übrigen Teile sowohl für die Lage 1 wie 2 des Reflexprismas ein vollkommen scharfes Bild des Diaphragmas *C* auf dem Spalt des Spectrometers ent-

steht. Das letztere ist mit einer automatischen Minimumstellung versehen und enthält in der Brennebene seines Beobachtungsrohres eine lineare, aus dünnen Constantan-Eisenelementen zusammengesetzte Thermosäule *T*. Unmittelbar vor den temperaturempfindlichen Lötstellen derselben befand sich eine geschwärzte Metallblende mit schlitzförmiger Oeffnung von 1 mm Weite. Zwischen dem Reflexprisma *F* und dem Projectionssystem *H* ist ein vertical verschiebbarer Schirm *G* eingeschaltet, der drei übereinander liegende Fenster besitzt, deren oberstes durch eine rote, das zweite durch eine farblose Glasplatte und das unterste durch eine planparallele Quarzplatte geschlossen ist. Der Zweck dieser Vorrichtung ergiebt sich aus der nachstehenden Betrachtung.

Die grösste Schwierigkeit, welcher man bei Energiemessungen im ultravioletten Spectralgebiet begegnet, ist die unvermeidliche Verunreinigung des Spectrums durch diffuse Strahlung von grösserer Wellenlänge. Die in den Spalt des Spectrometers eintretende Gesamtenergie ist im Verhältnis zu der Intensität der ultravioletten Strahlen, welche man untersuchen will, so ausserordentlich gross, dass selbst ein relativ sehr geringer Teil der Gesamtstrahlung, welcher über das ganze Spectrum diffus ausgebreitet ist, eine procentisch sehr erhebliche Verunreinigung des ultravioletten Spectrums hervorrufen kann. Es ist jedoch möglich, sich durch Einschalten einer einige Centimeter dicken Wasserschicht in den Strahlengang, sowie durch Anwendung des erwähnten, verschiebbaren Schirmes von dem Einfluss der diffusen Strahlung vollständig frei zu machen. Die eingeschaltete Wasserschicht (*D* der Figur) bewirkt, dass fast sämtliche ultrarote Strahlen absorbirt und nur die sichtbaren und ultravioletten hindurchgelassen werden, falls die Wände des Wassergefässes wie in unserer Versuchsanordnung aus planparallelen Quarzplatten bestehen. Von den sichtbaren Strahlen aber sind es hauptsächlich die roten, welche eine erhebliche Wärmewirkung ausüben. Bei Beobachtungen im sichtbaren und ultravioletten Gebiet unterhalb der Wellenlänge $\lambda = 600\,\mu\mu$, wird man daher am besten ein rotgefärbtes Glas als Schirm wählen, da ein solches die Eigenschaft besitzt, die zu untersuchende Strahlung ebenso vollständig zu absorbiren wie ein Metallschirm, dagegen die roten und ultra-

roten Strahlen, welche die Wasserschicht passirt haben, bis auf einen sehr kleinen von der Reflexion an den Glasoberflächen herrührenden Teil hindurch zu lassen. Diese Strahlen, welche das ultraviolette Spectrum hauptsächlich verunreinigen, gelangen also bis auf diesen geringen Bruchteil stets auf die Thermosäule, gleichgültig ob der mit einer roten Glasplatte versehene Schirm eingeschaltet oder aufgezogen ist. Sie können also bei dem Aufziehen des Schirmes keinen Ausschlag veranlassen. — Eine weitere Verbesserung dieser als Strahlenfilter dienenden Vorrichtung besteht nun darin, dass man die rote Glasplatte nicht einfach aus dem Strahlengang entfernt, sondern dieselbe beim Aufziehen des Schirmes durch die darunter angebrachte, im vorigen Absatz erwähnte Quarzplatte ersetzt. Hierdurch wird noch die oben genannte, von der Reflexion an den Glasoberflächen herrührende geringe Aenderung in der Intensität der diffusen Strahlen bei dem Aufziehen des Schirmes beseitigt, da Glas und Quarz nahezu den gleichen Brechungsexponenten haben. Im äussersten Ultraviolett ($\lambda < 326\,\mu\mu$) haben wir mit Vorteil die rote Glasplatte in unserem verschiebbaren Schirm durch eine farblose von gleicher Dicke ersetzt, denn in diesem Spectralgebiet ist das farblose Glas ein ebenso vollkommener Absorbent wie das rot gefärbte. Das erstere hat aber vor dem letzteren für die hier in Frage kommenden Wellenlängen den grossen Vorzug, dass es nicht nur die ultraroten und roten Strahlen gut durchlässt, sondern auch sämtliche übrigen des sichtbaren und ultravioletten Spectrums bis etwa $\lambda = 375\,\mu\mu$. Der bei der Vertauschung des roten bez. farblosen Glasschirmes gegen die genannte planparallele Quarzplatte im Galvanometer beobachtete Ausschlag rührte bei unseren Versuchen also lediglich von der Energie von Strahlen derjenigen Wellenlänge her, auf welche der Spectralapparat eingestellt ist.

In der That zeigten unsere Beobachtungen, dass eine 0,01 mm dicke Glimmerplatte die Strahlen von der Wellenlänge 250 $\mu\mu$ vollständig absorbirt, ein Zeichen dafür, dass der Einfluss der diffusen Strahlung beseitigt ist.

Unsere Versuchsreihen waren stets in der folgenden Weise angeordnet. Nachdem der Spiegel polirt, im Spiegelhalter befestigt und in der richtigen Stellung justirt war, sodass

beim Umlegen des Prismentischchens F die Bilder in tadelloser Schärfe und gleicher Lage auf dem Spectrometerspalt erschienen, wurde der Spectralapparat auf die Wellenlänge $\lambda = 500\ \mu\mu$ eingestellt, und das Reflexionsvermögen an dieser Stelle durch eine Reihe von neun Wechselbeobachtungen in den Lagen 1 und 2 des Reflexprismas ermittelt. Dasselbe geschah dann successive bei den Wellenlängen 450, 420, 385, 357, 326, 305, 288 und 251.[1]) Am Schluss und in einigen Fällen auch während der Versuchsreihe wurden die Beobachtungen für $\lambda = 500\ \mu\mu$ wiederholt. Der Quotient der für die Lagen 1 und 2 beobachteten Ausschlags-Mittel darf freilich noch nicht ohne weiteres als das Reflexionsvermögen des untersuchten Materiales für die betreffende Wellenlänge gelten. Dieses wäre nur dann der Fall, wenn die auf dem Spectrometerspalt bei beiden Prismenstellungen erzeugten Bilder des Diaphragmas C vollkommen gleiche Grösse hätten, eine Bedingung, die im allgemeinen nicht erfüllt sein wird. Da es indes der Hinzunahme complicirter Hülfseinrichtungen bedurft hätte, um die vollkommen gleiche Grösse der beiden Bilder herzustellen und zu erkennen, haben wir es vorgezogen, mit Hülfe der vorstehend beschriebenen Methode zunächst nur relative Werte des Reflexionsvermögens zu ermitteln. Dieselben lassen sich unter Zuhülfenahme der Versuchsergebnisse unserer früher angestellten optischen Messungen ohne weiteres in absolute Werte verwandeln, indem man sie mit einem constanten Reductionsfactor von solcher Grösse multiplicirt, dass das Reflexionsvermögen an der Stelle des Spectrums, welche den Ausgangspunkt unserer jetzigen Versuchsreihen bildet ($\lambda = 500\ \mu\mu$) den früher erhaltenen Wert annimmt.

Um uns davon zu überzeugen, dass die im Vorstehenden beschriebene Methode zu richtigen Resultaten führt, haben wir zunächst im sichtbaren Gebiet die relativen Werte des Reflexionsvermögens für zwei Metalle, nämlich Silber und Gold ermittelt, die so erhaltenen Zahlen mit dem erforderlichen Reductionsfactor multiplicirt und mit den Ergebnissen unserer optischen Untersuchung für die genannten Metalle verglichen. Es zeigte sich durchweg eine sehr gute Uebereinstimmung

---

1) In einigen Fällen wurde auch bei $\lambda = 338$ und $316\ \mu\mu$ beobachtet.

zwischen den nach den beiden so sehr verschiedenen Methoden erhaltenen Werten.[1]) Es ist dies besonders wichtig bei den Versuchen mit dem Goldspiegel, da hier die Grösse des Reflexionsvermögens vom Blau bis zum Rot nahezu im Verhältnis 1 : 3 variirt. Eine die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreitende Abweichung findet sich nur bei der Wellenlänge 450 $\mu\mu$. Der Grund hierfür liegt hauptsächlich in der grossen Unsicherheit, welche der Photometrie im violetten Teil des Spectrums anhaftet. Wir haben daher stets die nach der neuen Methode im Violett ($\lambda = 450$) erhaltenen Werte als die besseren angesehen. In der nachstehenden Tabelle, welche sowohl unsere optischen Messungen, als auch die nach der neuen Methode erhaltenen Resultate enthält, sind für $\lambda = 450$ beide Werte des Reflexionsvermögens verzeichnet, jedoch ist der auf optischem Weg erhaltene als der ungenauere eingeklammert. In die Figg. 2, 3 u. 4, welche den Inhalt der Tabelle in graphischer Form wiedergeben, ist für $\lambda = 450$ $\mu\mu$ stets der neu erhaltene Wert des Reflexionsvermögens eingetragen.

Die in diesen drei Figuren enthaltenen Curven zeigen, dass das Reflexionsvermögen des Silbers unterhalb der Wellenlänge 450 $\mu\mu$ schnell abfällt und nahe bei 300 $\mu\mu$ ein Minimum von etwa 4 Proc. erreicht, dessen Lage übrigens schon von Hrn. Schumann und von Hrn. Glatzel[2]) bei ihren photographischen Versuchen richtig erkannt war. Während Silber für sichtbare Strahlen unter den Metallen die bei weitem am besten reflectirende Substanz ist, zeigt es für ultraviolette Strahlen von 250—350 $\mu\mu$ von allen untersuchten Metallen das geringste Reflexionsvermögen.

Die in der Fig. 2 durch eine ausgezogene Linie für Silber angegebene Curve giebt das Reflexionsvermögen eines frisch hergestellten Silberspiegels an, während die punktirte Curve sich auf einen frisch polirten, aber etwa drei Jahre alten Silberspiegel bezieht. Aeusserlich unterscheiden sich beide Spiegel nicht voneinander.

---

1) Vgl. die in der Tabelle bei Silber und Gold für $\lambda = 500$ bis 700 $\mu\mu$ angegebenen je zwei Zahlenreihen.

2) Vgl. p. 165, Anm. 2.

Reflexionsvermögen in Procenten der auffallenden Strahlung

für λ =	251	288	305	316	326	338	357	385	420	450[1]	500	550	600	650	700 $\mu\mu$
Silber I (frisch)	34,1	21,2	9,1	4,2	14,6	55,5	74,5	81,4	86,6	(90,6) 90,4	91,8 90,8	92,5 92,8	93,0 92,2	93,6 93,4	94,6 94,6
Silber II (alt)	19,2	15,9	12,8	5,6	8,8	45,0	61,0	71,0	79,9	88,7	—	—	—	—	—
Platin	33,8	38,8	39,8	—	41,4	—	43,4	45,4	51,8	(55,8) 54,2	58,4	61,1	64,2	66,8	70,1
Nickel	37,8	42,7	44,2	—	45,2	46,5	48,8	49,6	56,6	(58,5) 59,8	60,8	62,6	64,9	65,9	69,8
Stahl (ungehärtet)	32,1	37,1	41,1	—	41,1	41,9	43,1	44,0	51,0	(56,8) 52,5	55,2	55,1	56,0	56,9	59,8
Gold	38,8	34,0	31,8	—	28,6	—	27,9	27,1	29,3	(36,8) 31,8	47,3 46,8	74,7 73,2	85,6 88,8	88,2 89,5	92,3 92,3
Kupfer	31,5	29,7	30,9	—	30,4	—	33,8	34,9	39,9	(48,8) 45,2	53,3	59,5	83,5	89,0	90,7
Rosse'sche Legirung 68,2 % Cu + 31,8 Sn (identisch mit Brashear)	29,9	37,7	41,7	—	—	—	51,0	53,1	56,4	(62,9) 58,5	63,2	64,0	64,3	65,6	67,3
Schröder'sche Legirung Nr. I 66 % Cu + 22 Sn + 12 Zn	40,1	48,4	49,8	—	54,3	—	56,6	60,0	62,2	(62,4) 62,7	62,5	63,4	64,2	65,1	68,0
Schröder'sche Legirung Nr. VI 60 % Cu + 30 Sn + 10 Ag	39,2	42,7	44,7	—	50,1	—	53,0	55,8	59,6	(61,5) 60,4	62,5	63,6	65,2	66,6	68,6
Mach'sches Magnalium 69 % Al + 31 Mg	67,0	70,6	72,2	—	75,5	—	81,2	83,9	83,3	(83,4) 83,4	83,3	82,7	83,0	82,1	83,3
Brandes-Schünemann'sche Legirung 41 % Cu + 26 Ni + 24 Sn + 8 Fe + 1 Sb	35,8	37,1	37,2	—	39,3	—	43,3	44,3	47,2	(49,1) 49,2	49,3	48,3	47,5	49,7	54,9

1) Die in dieser Spalte stehenden, eingeklammerten Zahlen bedeuten die auf *optischem* Wege für 450 $\mu\mu$ ermittelten Reflexionsvermögen, die unteren die neu bestimmten.

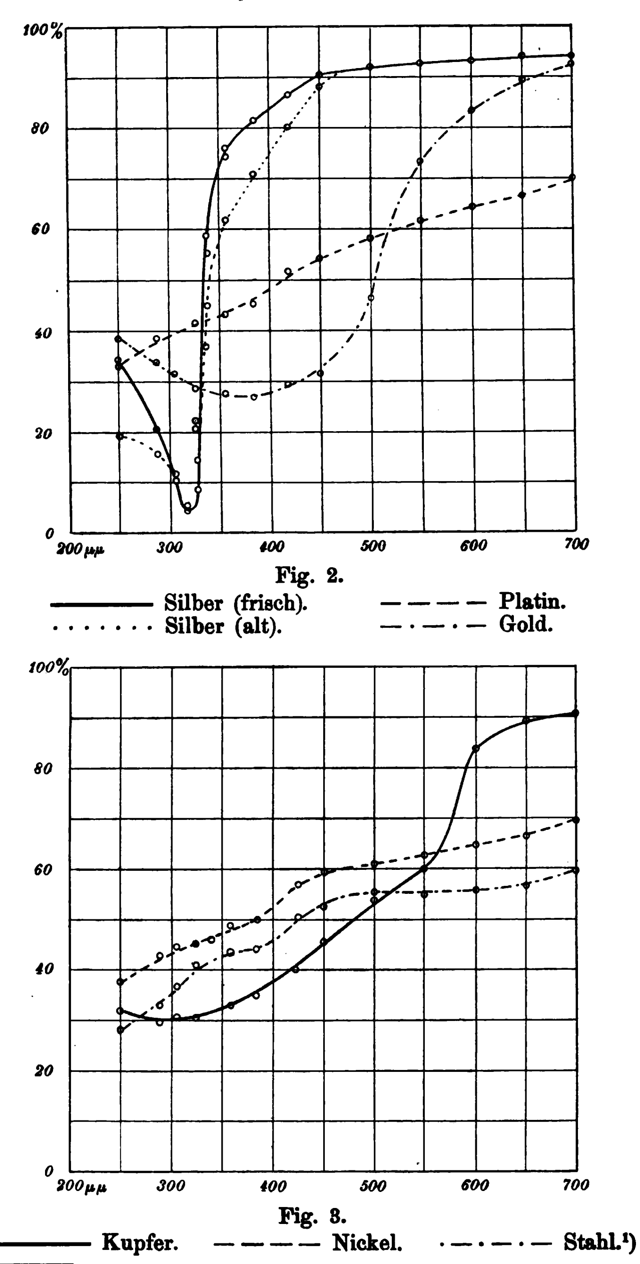


Fig. 2.

Fig. 3.

1) Der Anfang der Curve für Stahl ist zwischen 250 und 326 μμ infolge versehentlicher Eintragung der noch nicht reducirten Werte unrichtig gezeichnet (vgl. die Tabelle p. 173).

Im Gegensatz zum Verhalten des Silbers zeigt das Reflexionsvermögen des Goldes, ebenso wie das des Kupfers, im sichtbaren Spectralgebiet erheblich stärkere Aenderungen als im Ultraviolett. Bei beiden Metallen tritt im Ultraviolett ebenso wie beim Silber ein Minimum des Reflexionsvermögens hervor, doch ist dasselbe weit weniger stark ausgeprägt. Platin, Eisen und Nickel zeigen für alle untersuchten Strahlen angenähert den gleichen Verlauf. Interessant ist hierbei der

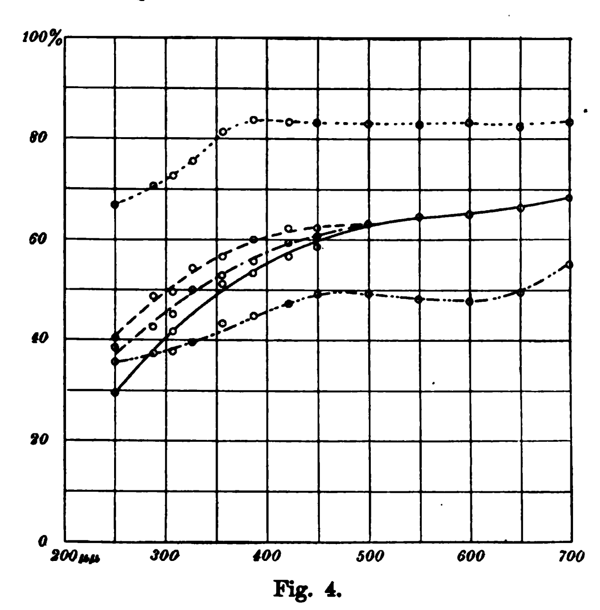


Fig. 4.

...... Magnalium. — — — Schröder Nr. 1. —·—·— Schröder Nr. 6.
———— Rosse (Brashear). —··—··— Brandes u. Schünemann.

deutlich erkennbare Parallelismus der Eisen- und Nickelcurve, welcher bekanntlich auch im ultraroten Spectralgebiet beobachtet worden ist.[1])

Bezüglich des Reflexionsvermögens der Spiegelmetalle Fig. 4) war bereits in unserer früheren Arbeit darauf hingewiesen, dass das Rosse'sche bez. Brashear'sche Spiegelmetall und die Schröder'schen Legirungen nahezu ein gleiches und dem des reinen Nickels ausserordentlich ähnliches Verhalten zeigen,

1) H. Rubens, Wied. Ann. 37. p. 265. 1889.

sodass die entsprechenden Curven für den sichtbaren Teil des Spectrums fast genau übereinanderfallen. Im ultravioletten Spectralgebiet sind die Unterschiede grösser und zwar erweist sich die 12 Proc. Zink enthaltende SCHRÖDER'sche Legirung Nr. 1 den beiden anderen genannten Spiegelmetallen überlegen. Die Curve der 10 Proc. Silber enthaltenden SCHRÖDER'schen Legirung Nr. 6 liegt an allen Stellen zwischen den beiden anderen. Die in die Fig. 4 eingezeichneten Punkte, welche die beobachteten Werte für die SCHRÖDER'sche Legirung Nr. 6 darstellen, zeigen bis etwa 325 $\mu\mu$ ein rascheres Abfallen des Reflexionsvermögens, welches seinen Grund in dem Silbergehalte der Legirung haben dürfte.

Ein tolal abweichendes Verhalten zeigt einerseits das BRANDES und SCHÖNEMANN'sche Spiegelmetall und andererseits das MACH'sche Magnalium.

Ersteres besitzt ein verhältnismässig niedriges Reflexionsvermögen. Indes hat sich die von uns schon früher hervorgehobene, vortreffliche Haltbarkeit dieser Legirung auch weiterhin bestätigt. Ein seit dem Januar 1899 in freier Luft aufgehängter derartiger Spiegel, welcher seit dieser Zeit sämtlichen atmosphärischen Einflüssen (Schnee, Regen, Staub) ausgesetzt war, hat sich bezüglich seiner Oberflächenbeschaffenheit kaum geändert.

Wie aus der Fig. 4 weiter ersichtlich ist, zeichnet sich das Magnalium durch ein ausnehmend hohes Reflexionsvermögen aus, welches für das Spectralbereich zwischen $\lambda = 700$ und $\lambda = 385$ $\mu\mu$ nahezu constant ist. Unterhalb 385 $\mu\mu$ fällt die Curve langsam ab, aber selbst für $\lambda = 251$ $\mu\mu$ beträgt das Reflexionsvermögen immer noch 67 Proc.

Ueber den Reibungswiderstand des Lichtäthers;
von M. Thiesen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. November 1901.)

(Vgl. oben S. 164.)

Nach MAXWELL[1]) übt jede Strahlung in der Richtung ihrer Fortpflanzung einen Druck aus, welcher gleich der Dichte ihrer gesamten Energie ist. Man hat diesen Druck neuerdings direct beobachtet[2]); noch zwingender ist aber jedenfalls der indirecte Beweis des MAXWELL'schen Satzes durch die Strahlungsgesetze, die sich aus ihm ableiten lassen und die der Erfahrung vollkommen entsprechen.

In einem Raume, der von Strahlungen ohne bevorzugte Richtung erfüllt ist, würde ein Körper nach dem MAXWELL'schen Satze einen allseitig gleichen Druck erfahren. Es ist nun von vornherein nicht unwahrscheinlich, dass der Satz für bewegte Körper modificirt werden muss, da jedenfalls auf deren Vorderseite unter sonst gleichen Verhältnissen eine grössere Energiemenge auffällt als auf die Rückseite. Ich will hier diese Modification ableiten, aber nicht direct aus einer elektromagnetischen Theorie für eine beliebig gerichtete, sondern indirect aus den Strahlungsgesetzen für eine von allen Seiten ohne bevorzugte Richtung kommende Strahlung.

Dabei kann man genau in derselben Weise verfahren wie bei der Herleitung des sogenannten WIEN'schen Verschiebungsgesetzes[3]), indem man die mittlere Aenderung der Wellenlänge durch eine bewegte Platte berechnet; nur sind jetzt auch die höheren Potenzen der Plattengeschwindigkeit zu berücksichtigen. Dies unterliegt keinem Bedenken, da das DOPPLER'sche Princip, auf welchem die Herleitung beruht, sich durch rein geometrische

---

1) J. C. MAXWELL, Electricity and Magnetism 2. p. 401. 1881.

2) P. LEBEDEFF, Rapports présentés au Congrès international de Physique Paris 1900. 2. p. 133; Ann. d. Phys. 6. p. 433. 1901.

3) M. THIESEN, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 65. 1900.

Betrachtungen ableiten lässt, also in richtiger Fassung als streng gültig anzusehen ist.

Nach diesem Princip ändert sich die Wellenlänge λ eines Wellenzuges, der unter einem Einfallswinkel, dessen Cosinus c ist, auf die bewegte Platte fällt, um

$$\frac{2\beta\lambda c}{1-\beta c},$$

falls β die Plattengeschwindigkeit gemessen durch die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. Multiplicirt man diese Aenderung mit der im Zeitelement dt auf die Platte f fallenden Energie der betreffenden Wellenlänge, summirt für alle Richtungen und dividirt das Resultat durch die gesamte im Raume v vorhandene Energie der betreffenden Wellenlänge, so erhält man, falls v die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet, als mittlere Aenderung

$$\begin{aligned}\delta\lambda &= \lambda\frac{f\beta v\,dt}{v}\int\limits_{\beta}^{\pm 1}\frac{c(c-\beta)}{1-\beta c}\,dc \\ &= \lambda\frac{f v\,dt}{v}\,\frac{1-\beta^2}{\beta^2}\{\log[1\mp\beta]\pm\beta+\tfrac{1}{2}\beta^2\},\end{aligned}$$

oder, wenn man nur die niedrigsten Potenzen von β beibehält,

$$\delta\lambda = \lambda\frac{f v\,dt}{v}\{\mp\tfrac{1}{3}\beta-\tfrac{1}{4}\beta^2\}.$$

Dabei gilt das obere Zeichen für die Vorderseite, das untere für die Rückseite der Platte.

Der MAXWELL'sche Satz giebt nun für sehr kleine β die gleichzeitige Aenderung der Dichte der Gesamtstrahlung S für den Fall, dass die Platte den Raum abschliesst, also nur mit einer ihrer Seiten zur Geltung kommt. Vergleicht man diese Aenderung mit dem ersten Term von $\delta\lambda$, so erhält man das WIEN'sche Verschiebungsgesetz in seiner reinen Form (ohne Vermischung mit dem BOLTZMANN'schen Satze)

$$4\frac{\delta\lambda}{\lambda}+\frac{\delta S}{\delta S}=0.$$

Bewegt sich die Platte frei im Raume, so kommen ihre beiden Seiten zur Geltung und man erhält eine Aenderung der Wellenlänge

$$\delta\lambda = -\lambda\frac{f v\,dt}{2v}\beta^2$$

und demnach vermöge des Verschiebungsgesetzes einen Zuwachs der Energie des Raumes

$$v\,\delta S = 2\,S\beta^2 f v\,dt$$

oder, falls man die Plattengeschwindigkeit

$$y' = \beta v$$

einführt,

$$v\,\delta S = 2 f S \frac{y'}{v} y'\,dt.$$

Diese Energie kann nur von der bewegten Platte stammen; diese erleidet daher einen Widerstand, welchem ein auf die Flächeneinheit ausgeübter Druck

$$p = 2\frac{y'}{v} S$$

entspricht. Dies ist die gesuchte Grösse, der Widerstand, den ein bewegter Körper erfährt, der sich im Strahlungsgleichgewicht mit seiner Umgebung befindet. Wir können sie insofern als Reibungswiderstand bezeichnen, als sie mit der ersten Potenz der Körpergeschwindigkeit proportional ist.

Ist die Strahlung eine schwarze, so ist

$$S = \sigma T^4$$

zu setzen, wo T die absolute Temperatur, σ eine Naturconstante bezeichnet.

Der gefundene Widerstand ist sehr klein. Auf die ganze Erdoberfläche kommt er bei den höchsten zulässigen Werten für die Temperatur des Weltraumes in der Erdnähe nur dem Gewichte von etwa 1000 kg gleich, sein Einfluss auf die Jahreslänge ist vollkommen zu vernachlässigen, da deren Abnahme in einem Jahre nur

$$4{,}3 \,.\, 10^{-22} \,.\, T^4 \text{ Sec.}$$

betragen würde, wenn T in Centesimalgraden ausgedrückt ist.[1]) Dagegen würden sich für den Widerstand, den die Molecüle eines Gases erfahren, nach den üblichen Annahmen über deren Grösse und Querschnitt bei höheren Temperaturen Werte von

1) Ich möchte hier sehr verspätet auf einen Rechenfehler in meiner Schrift: Ueber die Verbreitung der Atmosphäre p. 22, Berlin 1878 hinweisen. Die Aenderung der Jahresdauer durch die Reibung des den Weltraum erfüllenden Gases würde bei den dort angenommenen Daten 0,00000025 Sec. im Jahre betragen.

der Ordnung der Schwere ergeben und das MAXWELL-BOLTZMANN'sche Gesetz über die Geschwindigkeitsverteilung der Molecüle würde eine Modification erleiden müssen, wenn man den abgeleiteten Widerstand auch noch für das Molecül als gültig ansehen wollte.

Jedenfalls, und darin liegt wohl die Hauptbedeutung meiner Ableitung, wird man bei theoretischen Betrachtungen sich hüten müssen, ohne weiteres die Möglichkeit ungehemmter Bewegungen zuzulassen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. **Nr. 14.**

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 29. November 1901.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **E. Goldstein** spricht

über umkehrbare Lichtwirkungen

sowie

über das Phänomen der „Fliegenden Schatten“.

Hr. F. F. Martens legt dann eine Arbeit von Hrn. **J. Micheli**

über den Einfluss der Temperatur auf die Dispersion ultravioletter Strahlen in Steinsalz, Flussspat, Quarz und Kalkspat

vor.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. Christian von Hofe, Charlottenburg, Leibnizstr. 20.

Hr. Dr. Joh. Ehlers, Berlin NW., Lübeckerstr. 27.

Den Austritt aus der Gesellschaft hat erklärt:

Hr. Frhr. v. Beaulieu in Charlottenburg.

Ueber umkehrbare Lichtwirkungen;
von E. Goldstein.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 29. November 1901.)
(Vgl. oben S. 181.)

Die zuerst mittels der Kathodenstrahlen hergestellten Nachfarben von Alkalisalzen lassen sich auch durch ultraviolettes Licht erzeugen.[1]) Durch Tageslicht werden die Färbungen wieder beseitigt. Die durch das ultraviolette Licht bez. die Kathodenstrahlen (deren Einwirkung man ebenfalls auf ultraviolettes Licht zurückführen kann)[2]) erzeugte Veränderung ist also durch Licht grösserer Wellenlänge umkehrbar. Auch durch Erhitzung werden die Nachfarben aufgehoben. Die Färbungen, welche die Silbersalze im Licht und in den Kathodenstrahlen erleiden, erinnern an die Nachfarben der Alkalisalze, und legen die Frage nahe, ob auch diese Veränderungen durch Licht oder andere physikalische Agentien aufgehoben werden können.[3]) Eine Aufhebung durch Lichteinwirkung ist allerdings höchstens bei solchen Silbersalzen zu erwarten, welche die Bedingung erfüllen, dass sie im natürlichen Zustande durch Tageslicht nicht afficirt werden, dagegen durch ultraviolettes Licht bez. Kathodenstrahlen sich schwärzen. Der Einfachheit halber sei es gestattet mit „Schwärzung" alle dunkeln Färbungen, welche die bestrahlten Silbersalze annehmen, zu bezeichnen, ohne die specielle Farbennüance (schwärzlich Violett, Dunkelgrüngrau etc.) jedesmal genau zu charakterisiren. Ferner sei unter „Regenerirung" die Wiederherstellung der dem unbelichteten Salze eigenen Farbe verstanden.

Zunächst sei eine Form der Regenerirung durch Tageslicht beschrieben, welche der vorher aufgestellten Bedingung der Unveränderlichkeit im Tageslicht scheinbar widerspricht,

---

1) E. Goldstein, Thätigkeitsbericht der Physik.-Techn. Reichanstalt für 1895; Zeitschr. f. Instrumentenk. 16. p. 211. 1896.

2) E. Goldstein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1901. p. 227.

3) Nach Abegg (Wied. Ann. 62. p. 433. 1897) kann Bromsilber, das durch Bestrahlung grau geworden, durch blosse Erwärmung wieder in gelbes Salz verwandelt werden.

insofern es sich dabei um Bromsilber und Chlorsilber handelt, die sich unter gewöhnlichen Umständen im Tageslicht ja schwärzen.

Bekanntlich wird Chlorsilber, das in einer verschlossenen Glasröhre unter dem Einfluss des Sonnenlichtes geschwärzt worden, im Finstern nach einiger Zeit durch Wiederaufnahme des entbundenen Chlors von neuem weiss. Bei dauernder Belichtung im geschlossenen Behälter stellt sich nach den bisherigen Beobachtungen ein Gleichgewichtszustand her, über den hinaus die Schwärzung nicht mehr fortschreitet. Der Gleichgewichtszustand tritt ein, wenn das entbundene Chlor den der angewandten Lichtintensität entsprechenden Dissociationsdruck erreicht hat.

Dass unter den gedachten Umständen aber auch ein Rückgang der Schwärzung bis zur völligen Regenerirung eintreten kann, scheint noch nicht beobachtet zu sein. Die betreffende Wirkung ist besonders leicht bei Bromsilber zu erzielen. Schwärzt man gekörntes oder gepulvertes Bromsilber, indem man es zu wiederholten Malen durch ein Bündel kräftiger, bei sehr geringer Gasdichte entwickelter Kathodenstrahlen gleiten lässt, und setzt das geschwärzte Salz z. B. in einer 16—18 mm weiten, aufrechten, halbgefüllten zugeschmolzenen Glasröhre dem directen Sonnenlicht aus, so ist nach ca. $^3/_4$ Stunden eine Schwärzung nur noch an der freien Oberfläche und an der besonnten („vorderen“) Mantelhälfte der cylindrischen Salzsäule vorhanden. Die Rückseite und namentlich das ganze Innere der Masse ist vollständig regenerirt und von frisch dargestelltem Salz im Aussehen nicht zu unterscheiden. Stellt man die Röhre statt in directes Sonnenlicht in diffuses Licht an ein helles Fenster, so sind zur Regenerirung des Bromsilbers etwa zwei Sommertage, bei Chlorsilber aber einige Monate erforderlich. — Die Versuche gelingen auch mit Bromsilber- oder Chlorsilberpräparaten, die nicht durch Kathodenstrahlen, sondern durch Tageslicht an freier Luft geschwärzt worden waren.

Die Regenerirung im geschlossenen Raum erklärt sich dadurch, dass an der direct besonnten Seite das Sonnenlicht, allmählich tiefer eindringend, fortfährt, freies Brom zu entbinden, wobei es den der herrschenden Lichtintensität entsprechenden Dissociationsdruck herzustellen strebt. An den schwächer beleuchteten Teilen, an der Rückseite und im Innern,

ist der Dissociationsdruck, bei dem chemisches Gleichgewicht besteht, ein geringerer. Daher geht von der Vorderseite Brom so lange zu den schwächer beleuchteten geschwärzten Teilen und verbindet sich mit ihnen zu regenerirtem Salz, als der mittlere Druck des Broms in dem Rohr den Dissociationsdruck an den schwächst beleuchteten Teilen übertrifft. Ganz identisch ist die Erklärung für die Regenerirung des in den Kathodenstrahlen geschwärzten Salzes. Ein specieller Fall der geschilderten Wirkung ist, dass es in einem abgeschlossenen, von oben besonnten Rohr nicht gelingt, bei dauernder Belichtung Ober- und Unterseite eines Ballens Bromsilber gleichzeitig geschwärzt zu erhalten. Stets nimmt nur die jeweilige Oberseite Schwärzung an, während die Unterseite sie wieder verliert.

Bei dauernder Belichtung an freier Luft verhindern Diffusion und Luftströmungen die Aufspeicherung des freien Broms; es erfolgt daher fortschreitende Schwärzung und Zersetzung ohne Regenerirung.

Der dargelegten Auffassung entsprechen die Erfahrungen, dass geschwärztes Bromsilber durch absichtlich zugeführtes freies Brom wieder gelb, und frisches gelbes Salz bei Anwesenheit einer genügenden Menge freien Broms auch im directen Sonnenlicht überhaupt nicht geschwärzt wird.

Bei einer zweiten Form der Regenerirung von geschwärztem Bromsilber scheinen die Verhältnisse nicht ganz so einfach zu liegen. Sie dürfte durch den Umstand interessant sein, dass das meist so stabile geschwärzte Bromsilber dabei schon in wenigen Secunden wieder in gelbes Salz übergeführt werden kann. Zweckmässig wendet man dabei Bromsilber an, das im allgemeinen nach dem von Abegg[1]) beschriebenen Verfahren dargestellt ist. Man fällt dabei aus Silbernitratlösung durch Salzsäure erst Chlorsilber, löst dieses in Ammoniak und fällt dann erst mit Bromkalium und Salpetersäure Bromsilber aus. Der von Abegg beabsichtigte Erfolg des Verfahrens ist die Gewinnung eines leicht zu pulvernden, nicht zusammenbackenden Salzes. Für den hier interessirenden Effect ist das Salz dann am geeignetsten, wenn es nicht völlig rein ausgewaschen ist, sondern wenn ihm noch eine Spur einer bestimmten Ver-

1) R. Abegg, Wied. Ann. 62. p. 425. 1897.

unreinigung anhaftet, die wahrscheinlich Ammoniumnitrat ist. Das Salz ist dann ausserordentlich viel weniger empfindlich gegen Tageslicht, als die gewöhnlichen Bromsilbermodificationen; es nimmt erst nach stunden- oder selbst tagelanger Belichtung soviel Färbung an, wie jene nach wenigen Secunden. In den Kathodenstrahlen aber wird es sehr rasch grünlich schwarz. Es entspricht also sehr annähernd der eingangs aufgestellten Bedingung für eine durch Licht zu bewirkende Regenerirung. Dazu kommt, dass es auch unter dem Einfluss des positiven Lichtes der Entladung durch sehr stark verdünnte Luft selbst bei längerer Bestrahlung gelb bleibt.

Vermöge der ihm anhaftenden Spur des fremden Salzes giebt es bei der Erwärmung im Vacuum ein Gas aus, dessen

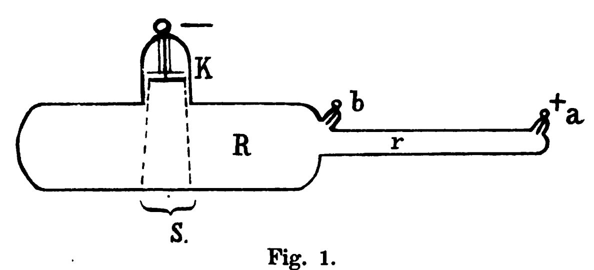


Fig. 1.

Leuchtfarbe und Spectrum dem Stickstoff eigen sind. Die erforderliche Erwärmung wird schon durch die Kathodenstrahlen erzeugt, welche das Salz zugleich schwärzen. Hat die Entladungsröhre z. B. die Form der Fig. 1, wobei die Kathodenstrahlen der Aluminiumscheibe *K* das Salz bei *S* treffen und schwärzen, und rückt man das geschwärzte Salz dann durch Neigen der Röhre in den Bezirk des geschichteten positiven Lichtes, welches der Entladung in der vergasten fremden Salzspur entspricht, so verschwindet die Schwärzung in einem kleinen Bruchteil einer Minute. Auch ohne eine Verschiebung des Salzes wird die regenerirende Wirkung des positiven Lichtes erkennbar an der asymmetrischen Verteilung der Salzfärbung, welche eintritt, wenn man das Salz entlang dem ganzen Röhrenteil *R* ausbreitet. Wenn man dann das Gefäss nur soweit evacuirt, dass die Kathodenstrahlen noch direct mit ihrem blauen Licht sichtbar sind, so schwärzt sich in der rein optischen Wirkung dieses Lichtes das Salz nicht

nur an der Treffstelle S der Kathodenstrahlen, sondern auch bis an das linke Ende der Röhre; rechts von den Kathodenstrahlen aber bleibt es gelb, weil die von dem blauen Licht ausgehende Schwärzungstendenz fortwährend durch die regenerirende Wirkung des positiven Lichtes compensirt wird. —

Man kann auch, um die Verhältnisse einfacher zu gestalten, auf die Schwärzung durch das Kathodenlicht verzichten, und Schwärzung wie Regenerirung im positiven Licht ausführen. Man bringt die zu untersuchende Salzportion dann in den Bezirk des positiven Lichtes, und lässt im Kathodenlicht nur eine kleine Menge, aus der das Kathodenlicht, dann lediglich als Wärmequelle wirkend, Gas austreibt. Hat dann während des Entladungsdurchganges der Gasdruck eine gewisse, an sich immer noch sehr geringe Höhe erreicht, bei der die positive Entladung das ca. 16 mm weite Rohr r nicht mehr ganz vollständig in der Weite ausfüllt, und ein für das Auge matteres, aber anscheinend an ultravioletten Strahlen reicheres Licht aussendet, so erfolgt sehr schnell Schwärzung des Salzes (binnen 2 Sec.). Durch blosse Evacuation auf die frühere geringere Gasdichte, wobei das Licht wieder heller wird, erfolgt in wenigen Secunden wieder die Umwandlung in das gelbe Salz. — Hat man bei diesem Versuch zwischen Röhre und dem evacuirten Pumpenrecipienten einen Hahn eingeschaltet, so steigt, wenn der Hahn geschlossen, die Gasdichte rasch an; sie fällt wieder, wenn durch Oeffnen des Hahnes die Verbindung mit dem Recipienten hergestellt wird. So konnte einfach durch Drehen des Hahnes ohne eine andere Bethätigung das Salz in wiederholter Folge geschwärzt und wieder entfärbt werden.

Endlich kann man die Regenerirung auch bei constanter Gasdichte erzielen, indem man zunächst die Schwärzung im positiven Licht durch Druckerhöhung bei geschlossenem Hahn herbeiführt und dann die Gasdichte constant lässt. Erwärmt man alsdann das Salz von aussen (Bunsenflamme), so verschwindet die Schwärzung in wenigen Secunden, kehrt aber wieder, sobald das Salz sich abkühlt. Bedingung der Aenderungen ist immer die gleichzeitige Einwirkung des positiven Lichtes; Erwärmung oder Abkühlung ohne gleichzeitigen Stromdurchgang lässt die Färbungen ungeändert. — Bei dieser Form des Versuches kann natürlich auch die Erwärmung durch die Kathodenstrahlen fortfallen. —

Dass bei der Regenerirung nicht eine specifische Einwirkung der positiven Entladung, die bisher immer das Salz direct bespülte, auf das letztere stattfindet, folgt daraus, dass die Regenerirung auch eintritt, wenn das Salz zwar im positiven Licht geschwärzt wird, dann aber in einen von keiner Entladung durchflossenen Teil der Röhre gebracht wird, z. B. nach *R*, während man die Entladung zwischen *a* und *b* übergehen lässt. —

Es sei gestattet, noch einige Beobachtungen über das Verhalten von Jodsilber anzuführen.

Jodsilber, aus Silbernitrat und überschüssigem Jodkalium dargestellt, ändert seine gelbe Farbe im Tageslicht bekanntlich nur sehr wenig. Nach Stas verliert es bei dieser Aenderung kein Jod. In den Kathodenstrahlen wird es tiefschwarz und verliert dabei etwas Jod. Dies kann man dadurch zeigen, dass man einige Stückchen blanken Kupferbleches in die Nähe des bestrahlten Jodsilbers bringt. Das in den Kathodenstrahlen anfangs lichtlose Kupfer phosphorescirt dann nach kurzer Zeit intensiv feuerrot. Es hat sich mit dem aus dem Jodsilber entbundenen Jod zu Kupferjodür vereinigt, welches mit der erwähnten Farbe phosphorescirt.

Bringt man eine (kein Kupfer enthaltende) Röhre, in der man Jodsilber durch Kathodenstrahlen geschwärzt hat, abgeschlossen in das Tageslicht, so ist nach einigen Tagen das Salz auf diejenige weissgelbe Färbung abgeblasst, die das frische Jodsilber im Tageslicht annimmt. Es hat sich mit dem erst ausgetriebenen Jod unter dem Einfluss des Tageslichtes wieder verbunden.

In einigen Secunden wird die Regenerirung bewirkt, wenn man das im Kathodenlicht geschwärzte Jodsilber in den Bezirk des positiven Lichtes der Entladung bringt, die dann in jodhaltigem Gase übergeht. Das Salz muss zum Zwecke der Regenerirung gleichzeitig ein wenig erwärmt werden. —

Geht man von gelbem Jodsilber aus, das sich in der vom positiven Licht durchflossenen Strecke befindet, und lässt nach starker Evacuation gleichzeitig ein wenig Jodsilber durch die Kathodenstrahlen zersetzen, so nimmt das vom positiven Licht bespülte Jodsilber orange Färbung bis Zimmtfarbe an. Es ist dies die Färbung, die auch auftritt, wenn in irgend einem abgeschlossenen Raum Jod in der Nähe von gelbem Jodsilber verdampft wird. Die Umfärbung beruht auf blosser

physikalischer Adsorption des Jods. Dass aber bei der Erzeugung der Färbung mit Hülfe der Entladung noch ein besonderer Factor mitwirkt, erkennt man, wenn man das gelbe Jodsilber über die ganze Länge einer Röhre wie Fig. 2 verteilt, in deren Mitte die von *K* ausgehenden Kathodenstrahlen auftreffen und etwas Jod entbinden. Dann färbt sich in kurzer Zeit das auf der Strecke *KA* gelegene, vom positiven Licht bespülte Jodsilber kräftig orange, während das Salz in der linken Röhrenhälfte seine Färbung nicht ändert. Erst nach langer Dauer der Entladung zeigt sich links eine Färbung, die sehr viel schwächer ist, als in der rechten Hälfte, und die der gewöhnlichen Adsorption entspricht.

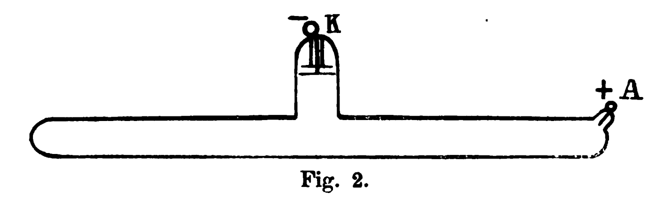


Fig. 2.

Wird nun ein Teil der stark gefärbten rechten Hälfte mit schwarzem Papier umwickelt, der andere dem Tageslicht ausgesetzt, so verschwindet an der belichteten Portion die orange Färbung in kurzer Zeit, an der beschatteten Portion bleibt sie erhalten. Die Erscheinungen sind demnach so, als wenn hochbrechbares Licht die Adsorptionsfähigkeit des Jodsilbers für Jod verstärkt, Licht von grösserer Wellenlänge sie wieder herabsetzt. Bei Versuchen, ob unter den beschriebenen Umständen beliebigen Substanzen eine starke Adsorptionsfähigkeit für Jod erteilt wird, zeigte sich, dass dies z. B. bei Baryumsulfat nicht der Fall ist. Dagegen ist amorphes Kieselsäureanhydrid (aus der Kahlbaum'schen Fabrik) wirksam, und färbt sich schön rosa, wenn es in die Entladungsröhre gebracht wird, in der ausserdem unter der Kathode etwas Jodsilber zur Entbindung von freiem Jod sich befindet. Auch im Reagensglas mit Jod zusammengebracht nimmt Baryumsulfat keine Färbung an, Kieselsäureanhydrid wird rosa. Das Entladungslicht scheint also nur eine schon vorher bestehende adsorptive Verwandtschaft zu verstärken, die vom gewöhnlichen Licht dann wieder vermindert wird.

Ueber das Phänomen der „Fliegenden Schatten"; von E. Goldstein.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 29. November 1901.)

(Vgl. oben S. 181.)

Vortragender hat die früher nur bei totalen Sonnenfinsternissen beobachteten „fliegenden Schatten", ein System paralleler über die Landschaft hinstreichender Schattenlinien, im August d. J. unter analogen Verhältnissen wahrgenommen, wie sie Hr. Dr. Karl Kostersitz bereits im Juni in Wien beobachtet und in Nr. 3739 der „Astr. Nachrichten" beschrieben hat. Unbeeinflusst von der erst im September erschienenen Darstellung des Hrn. Dr. Kostersitz hat Vortragender die betreffende Erscheinung ebenfalls sogleich als Analogon des Sonnenfinsternisphänomens aufgefasst. Ort der Wahrnehmung war Paneveggio (Südtirol), das an einer schrägen Bergwand in geringer Höhe über der Thalsohle des Travignolo liegt. An derselben Seite der Bergwand, aber 300 m höher als Paneveggio und in der Luftlinie einige Kilometer entfernt befindet sich ein mit einem Scheinwerfer versehenes Fort. Als am Abend (20. oder 21. August, ca. 8 $^3/_4$ Uhr) das Licht des Scheinwerfers auf die mit zermahlenem Dolomitenkalk bedeckte, daher wie ein fast weisser Auffangschirm wirkende Chaussee fiel, sah man, solange die Belichtung dauerte, über die Strasse ein System paralleler, äquidistanter fast ganz gerader, nur mit geringen Sinuositäten versehener langer dunkler Streifen hinweggleiten. Ihre Breite schien ca. 2 cm, ihr gegenseitiger Abstand etwa 20 cm zu sein; sie bewegten sich senkrecht zu ihrer Längsrichtung, die mit der Richtung der Strasse an der Beobachtungsstelle nahe zusammenfiel, mit einer Geschwindigkeit von schätzungsweise $^3/_4$ m in der Secunde von Thal zu Berg. Zwischen den sehr regelmässigen dunkeln Streifen lagen viel matter ausgeprägte knäuelförmige Schlieren und circumflexartig gebogene Streifen, die sich mit gleicher Geschwindigkeit und Richtung wie die Streifen fortbewegten. Im ganzen war so-

nach die Erscheinung noch viel regelmässiger ausgebildet und den Finsternisbeschreibungen noch entsprechender als in der Kostersitz'schen Beobachtung.

Bei der grossen Regelmässigkeit der Erscheinung kann natürlich nicht angenommen werden, dass sie Strömungen oder Dichtigkeitsunterschiede auf der ganzen durchstrahlten Luftstrecke charakterisirt. Strömungen etc. in Luftschichten von einigen Kilometern Dicke werden so mannigfaltig sein, dass sie für das Bild sich völlig oder nahezu compensiren. Die relative Schärfe der beobachteten Streifen scheint vielmehr darauf zu deuten, dass es sich um eine Wirkung von Bewegungen und Dichtigkeitsunterschieden lediglich in der unmittelbar der Strasse aufliegenden Luftschicht handelt. — Versuche zur experimentellen Reproduction der Erscheinung sollen fortgesetzt werden.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 3. Nr. 15.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 13. December 1901.

Vorsitzender: Hr. E. WARBURG.

Die Sitzungstage der Gesellschaft werden für das Jahr 1902 wie folgt festgesetzt:

10. und 24. Januar,
7. und 21. Februar,
7. und 21. März,
11. und 25. April,
9. und 30. Mai,
13. und 27. Juni,
17. und 31. October,
14. und 28. November,
12. December.

Hr. **E. Goldstein** trägt vor
über sichtbare und unsichtbare Kathodenstrahlen
sowie
über Canalstrahlen.

Hr. **A. Denizot** spricht ferner
über ein Pendelproblem von EULER.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. J. TRAUBE, Berlin W., Potsdamerstrasse 50.
(Vorgeschlagen durch Hrn. ASCHKINASS.)

Hr. M. VON PIRANI, Charlottenburg, Carmerstrasse 1.
(Vorgeschlagen durch Hrn. JKLÉ.)

Ueber sichtbare und unsichtbare Kathodenstrahlen; von E. Goldstein.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 13. December 1901.)

(Vgl. oben S. 191.)

An einer scheibenförmigen Kathode, die in einem nur wenig weiteren Glasrohr liegt, zieht das sichtbare Kathodenlicht bei fortschreitender Gasverdünnung sich von den peripheren Teilen der Scheibe immer weiter nach der Mitte zurück.[1]) Auf diese Erscheinung sind neuerdings auch VILLARD[2]) und WEHNELT[3]) aufmerksam geworden. Beide übersahen bei ihrer Beschreibung eine interessante Erscheinung, die ich schon l. c. hervorgehoben hatte, dass nämlich, während sichtbare Kathodenstrahlen unter den gedachten Umständen schliesslich nur noch von einem ganz kleinen Teil der Kathodenfläche ausgehen, doch noch die ganze Fläche der Kathode unsichtbare Kathodenstrahlen aussendet. In einer Röhre wie Fig. 1, in der die Kathode eine Aluminiumscheibe von 15 mm ist, die $1^1/_2$ cm vom Eingang der ca. 7 cm im Durchmesser haltenden Kugel entfernt ist, ist bei geringer Gasdichte das sehr schwach divergente sichtbare Bündel Kathodenstrahlen an der Basis nur 1—2 mm, und auch am Boden der Kugel nur einige Millimeter breit; trotzdem bildet das

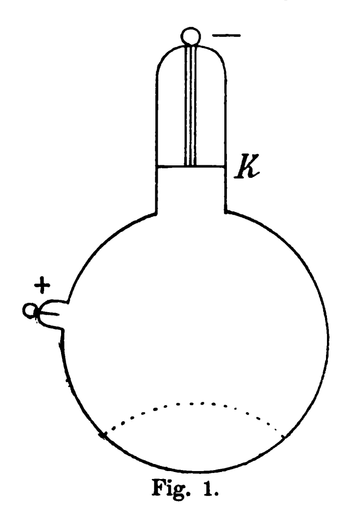


Fig. 1.

---

1) E. GOLDSTEIN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1895. p. 1017; Wied. Ann. **60**. p. 491. 1897.

2) VILLARD, Journ. de Physique **8**. p. 5. 1899.

3) A. WEHNELT, Wied. Ann. **65**. p. 511. 1898 und Physik. Zeitschr. **2**. p. 334. 1901.

Phosphorescenzlicht am Boden der Kugel eine Fläche von mehr als 5 cm Durchmesser (zwischen Zirkelspitzen). VILLARD hat diese Phosphorescenz und die zugehörigen Strahlen überhaupt nicht bemerkt, vermutlich wegen unzureichender Evacuirung; WEHNELT hat wohl bemerkt, dass die Phosphorescenzfläche erheblich breiter ist als der Querschnitt der sichtbaren Kathodenstrahlen. Er behauptet aber, dass die Phosphorescenz erregenden Strahlen sämtlich von der engen Ansatzstelle des sichtbaren Bündels an der Kathode ausgehen und von dieser Stelle nach allen Seiten divergiren. Diese Annahme ist nach meinen Versuchen unzutreffend, und man kann durch einfache Anordnungen beweisen, dass die phosphorescenzerregenden Kathodenstrahlen von der ganzen Fläche der Kathode bis an ihren Rand ausgehen.

In eine Kathodenscheibe eingeritzte Striche markiren sich im Phosphorescenzlicht der Scheibe auf der Glaswand als gleichgestaltete dunkle Streifen.[1] Sind nun in die in einem wenig weiteren Rohr gelegene Kathodenscheibe z. B. fünf Halbkreise eingravirt, deren äusserster nahe der Peripherie liegt, so zeigt das Phosphorescenzbild sämtliche fünf Gravirungen als dunkle Halbkreise, zum Beweise, dass diejenigen Elemente der Kathode, zwischen denen die Halbkreise liegen, also auch die äussersten peripheren Teile, noch Strahlen aussenden. — Handelt es sich nur um einen Demonstrationsversuch, so kann man (Fig. 2) die gravirte Scheibe auch durch eine Münze (Zehnpfennigstück) ersetzen. Dann sind bei geringer Gasdichte die sichtbaren Kathodenstrahlen auf ein ganz enges centrales Bündel concentrirt; gleichwohl bildet sich im Phosphorescenzlicht die ganze Prägung einschliesslich der Randschrift ab.

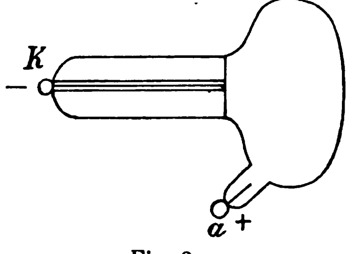


Fig. 2.

Die Ursache der Erscheinung, dass sichtbare Kathodenstrahlen schliesslich nur von einem centralen Teil der Kathodenfläche ausgehen, ist eine Abstossung der sichtbaren Entladungswurzel an der Kathode durch eine Anode. Jedoch ist bei

1) E. GOLDSTEIN, Wied. Ann. 15. p. 273. 1882.

der beschriebenen und abgebildeten Anordnung nicht diejenige Anode (*a*) wirksam, die entfernt von der Kathode angebracht ist, sondern eine Anode, die sich in der Röhre spontan bildet, insofern die der Kathode benachbarte Zone der Glaswand zur Anode wird. Je grösser die Verdünnung des Gases wird, desto breiter wird diese anodische Zone, von anfangs kaum messbarer Breite bis zu Erstreckungen von einigen Centimetern bei sehr geringen Gasdichten.

Schon A. Schuster[1]) hat durch Rechnung abgeleitet, dass in der Nähe der Kathode sich eine Schicht von positiven Ionen befinden muss, und E. Warburg[2]) ist auf anderem Wege zu demselben Schlusse gelangt. Doch war noch nicht abgeleitet, wo diese Ladung sich aufhält, und man neigte wohl dazu, die Ladung ausschliesslich in ionisirte Gasteilchen zu verlegen. Dass sich dort ein Teil ebenfalls befindet, ist wahrscheinlich schon nach dem von mir wiederholt betonten Princip, dass gegen Kathodenstrahlen Gasteilchen und feste Körper sich qualitativ gleich verhalten, — ein erheblicher Teil der Ladung aber liegt unter den beschriebenen Umständen sicher auf der Glaswand.

Die Auffassung, dass ein Teil der Glaswand sich wie eine Anode verhält, ist inzwischen auch von Hrn. Villard[3]) geäussert worden, der allerdings annimmt, dass unter den erwähnten Umständen nicht bloss eine bestimmte Zone, sondern die gesamte Gefässwand bis zum Ende der Röhre und zur Drahtanode positive Ladung hat und diese Ladung gegen die Kathode hin nur verstärkt. Jedoch lässt sich zeigen, dass auf eine anodisch wirkende Zone weiterhin wieder eine andere folgt, die sich wie eine schwache Kathode verhält und die selbst Kathodenstrahlen aussendet.

Zunächst lässt sich direkt beweisen, dass eine Zone der Glaswand sich wie eine Anode verhält. Bedeckt man nämlich die fragliche Zone mit einem sich ihr anschmiegenden Metallblech, so bleibt die Erscheinung die nämliche, wie bei unbedeckter Glaswand; verbindet man das Blech durch eine äussere

---

1) A. Schuster, Proc. Roy. Soc. 47. p. 541. 1890.
2) E. Warburg, Wied. Ann. 45. p. 1. 1892.
3) P. Villard, l. c.

Oese mit dem positiven Pol des Inductoriums, macht es also direct zur Anode, so wird die Contraction der sichtbaren Strahlen an der Kathode noch stärker; dagegen wird die Contraction beseitigt, sobald man die Blechzone auch nur schwach negativ elektrisirt. Ist der Blechgürtel aber breiter als die anodisch geladene Zone, so gehen jenseits einer neutralen Linie schwache Kathodenstrahlen von ihm aus, deren Effecte in einer anderen Mitteilung beschrieben werden sollen.

Man erhält die Contraction der sichtbaren Strahlen auch, wenn man die Kathode mit der erwähnten Blechzone in einem weiten Gefäss und weit entfernt von der Glaswand umgiebt.

Die geschilderte Wirkung der Anode muss auffällig erscheinen gegenüber der seit langem geltenden Ansicht, dass die Lage der Anode auf die Ausbreitung und das Verhalten der Kathodenstrahlen ganz ohne Einfluss sei.

Die nähere Untersuchung ergiebt, dass diese Einflusslosigkeit besteht für alle Lagen der Anode, bei denen sie ausserhalb der zweiten Schicht des Kathodenlichtes (sogen. Crookes'scher Raum) bleibt. Sobald die Anode jedoch ganz oder teilweise in die zweite Schicht hineingerückt ist, ist ihr Einfluss auf die Lichterscheinungen der Entladung enorm. Zu ihren Wirkungen gehört dann unter anderen die Abstossung der Wurzel der sichtbaren Entladung.[1])

Mit abnehmender Gasdichte erweitert sich die zweite Schicht des Kathodenlichtes bekanntlich continuirlich nach allen Seiten. Die Contraction der sichtbaren Kathodenstrahlen an den Kathoden in relativ engen Röhren erklärt sich also daraus, dass eine Zone der Wandung zur Anode wird, und dass diese Anode bei der Ausdehnung der zweiten Schicht schliesslich innerhalb der letzteren zu liegen kommt, bez. sie schneidet. —

Analog wie eine umgebende nahe Glaswand wirkt ein Glasschirm, der die Rückseite der Kathode deckt. Durch ihn kann man die Contraction der sichtbaren Entladung also auch in weiten Röhren erzielen, d. h. in Röhren, deren Durchmesser verhältnismässig gross ist gegen den Durchmesser der Kathoden-

1) Die sichtbare Entladung besteht aus den sichtbaren gewöhnlichen Kathodenstrahlen und aus dem Licht der ersten Schicht des Kathodenlichtes nebst Canalstrahlen.

scheibe. Die anodische contrahirende Wirkung eines Glasschirmes wird bei gegebener Dichte bis zu einer gewissen Grenze verstärkt, wenn sein Durchmesser den der Kathode übertrifft. — Es zeigen sich in den zu erzielenden Erscheinungen gewisse Unterschiede in der Wirkung des Schirmes gegenüber der umgebenden Wandung, die sich bei Kathoden mit nicht kreisförmigem Umriss geltend machen, die aber a priori ableitbar sind und darauf beruhen, dass die anodische Schicht auf dem Schirm sich parallel dem Kathodenumriss lagert, während sie auf der cylindrischen Wandung sich immer nur in Kreisform, bez. in einer cylindrischen Zone lagern kann. Unzutreffend ist also die häufig vertretene Ansicht, dass die Anbringung eines isolirenden Schirmes an einer Seite der Kathode nichts als eine Vereinfachung der Entladungsverhältnisse einführt, insofern dann nur eine Fläche strahle, diese aber, von der Intensität abgesehen, ganz in der nämlichen Weise wie bei beiderseits freier Kathode.

Es handelt sich jetzt darum, die Eigenschaften der sichtbaren und der unsichtbaren Kathodenstrahlen miteinander zu vergleichen. Das Bisherige ergiebt unmittelbar, dass die unsichtbaren Strahlen helle Phosphorescenz zu erregen vermögen; ich füge hinzu, dass sie von festen Körpern scharfe Schatten entwerfen, dass sie sich geradlinig ausbreiten, vom Magneten abgelenkt und deformirt werden, und zwar im selben Sinne, wie gewöhnliche Kathodenstrahlen, dass sie der Deflexion unterworfen sind, und endlich, dass sie an denjenigen Salzen, welche zu Nachfarben disponiren, die Nachfarben erster Klasse[1]) hervorrufen.

Durch die Gesamtheit dieser Eigenschaften wird bezeugt, dass die unsichtbaren Strahlen qualitativ übereinstimmen mit den gewöhnlichen Kathodenstrahlen.

Es fragt sich, ob sie, abgesehen von der geringeren Absorbirbarkeit, auf der ja ihre Unsichtbarkeit beruht, sich von den sichtbaren Strahlen noch in irgend welchen Beziehungen unterscheiden.

---

1) E. Goldstein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1901. p. 222.

Zunächst ergeben die Beobachtungen unmittelbar noch den Unterschied, dass nur die sichtbaren Strahlen der anodischen Abstossung folgen, die unsichtbaren nicht in vorläufig erkennbarem Maasse. Zugleich ergiebt sich dabei ein Unterschied ihrer Ausbreitungsrichtungen. Die condensirten sichtbaren Strahlen breiten sich nur in äusserst schwach divergenten oder parallelen (wie unten gezeigt wird, eventuell sogar convergenten) Bündeln aus, während die unsichtbaren Strahlen relativ starke, mit der Verdünnung des Gases immer noch zunehmende Divergenz zeigen.

Ein Unterschied besteht ferner, den ich als Unterschied der elektromotorischen Kraft bezeichnen möchte. 1884 habe ich darauf hingewiesen, dass jeder ursprünglich neutrale feste Körper, der von Kathodenstrahlen getroffen wird, selbst zu einer schwachen Kathode wird und Kathodenstrahlen aussendet. Der betreffende Aufsatz behandelt dann speciell die Erscheinungen, die eintreten, wenn der bestrahlte Körper sich innerhalb der zweiten Schicht des Kathodenlichtes befindet.[1]) Im Jahre 1891 haben dann Wiedemann und Ebert[2]) diejenigen Erscheinungen besonders behandelt, die sich zeigen, wenn der bestrahlte Körper sich ausserhalb jenes Raumes befindet. Sie haben für diesen Fall das Gesetz aufgestellt, dass ein auf eine leitende Platte auffallendes Bündel Kathodenstrahlen ein neues Bündel hervorruft, das senkrecht auf der getroffenen Fläche steht, gleichviel welches der Einfallswinkel des erregenden Bündels ist. — Die Erscheinung ist unter den von Wiedemann und Ebert beschriebenen Versuchsbedingungen sehr schwierig wahrnehmbar. Etwas zweckmässiger ist die Anordnung von Villard[3]), der die Erscheinung für neu hält und für die erregenden Strahlen eine concave Kathode benutzt. In vorzüglicher und für ihre weitere Untersuchung sehr bequemer Weise lassen

1) E. Goldstein, Wien. Akad. Anzeiger 1884. p. 32. Die unbeachtet gebliebene Arbeit ist auch im Wiedemann'schen Handbuch nicht erwähnt; 1897 hat Hr. Tollenaar in seiner Amsterdamer Dissertation „Deflexie en Reflexie bij twee Kathoden" zum Teil dieselben Erscheinungen, nur in umgekehrter Reihenfolge, nochmals beschrieben.

2) E. Wiedemann u. H. Ebert, Sitzungsber. d. phys.-med. Societät zu Erlangen vom 12. December 1891.

3) P. Villard, Compt. rend. **130.** p. 1010. 1900.

sich aber diese secundären Strahlen hervorrufen, wenn man zu ihrer Erzeugung die durch anodische Abstossung seitens der Wandung condensirten sichtbaren Kathodenstrahlen benutzt. Es empfiehlt sich dann, der Röhre in der Nähe der Kathode noch eine Einschnürung zu geben (Fig. 3); die abstossenden Teile der Glaswand sind dann der Kathode noch näher als bei cylindrischem Verlauf und condensiren die Strahlen und ihre Energie noch viel stärker. Dann geht schon bei relativ geringer Verdünnung von der Kathode ein langes, aus schmaler Wurzel entspringendes und in seinem Verlauf sich auf weniger als 1 mm verschmälerndes, sehr gut abgegrenztes sichtbares Strahlenbündel α aus, das nun an dem ursprünglich neutralen ebenen Blech B wieder ein schmales, langes, auf der Treffstelle senkrecht stehendes Bündel β hervorruft.

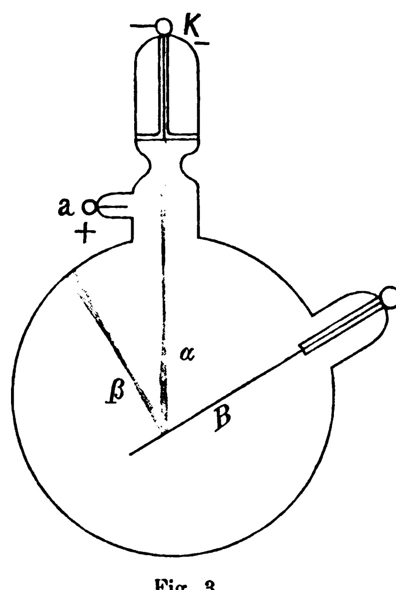


Fig. 3.

Ohne für heut auf diese secundären Strahlen näher einzugehen, bemerke ich nur, dass sie qualitativ ebenfalls mit den gewöhnlichen Kathodenstrahlen übereinstimmen; jedoch sind sie magnetisch und deflectorisch noch weniger steif, als die erregenden sichtbaren Bündel. Sie können erheblich heller sein, als die erregenden Bündel, weil sie im Gase stärker absorbirt werden als jene. An einer zugleich als Anode dienenden Platte werden sie nicht hervorgerufen; sie sind also anderer Art als die diffus reflektirten Kathodenstrahlen. Sie entsprechen einer wirklichen neuen Entladung. Sie werden verstärkt, wenn man der Platte B einen schwachen Zweigstrom von der Kathode zuführt.

Durch die unsichtbaren Strahlen werden neue Strahlen

zwar auch hervorgerufen, sie sind aber schon wegen der Divergenz der erregenden Strahlen schwächer und werden nur unter besonderen, hier nicht zu erwähnenden Umständen erkennbar.

Für die Beobachtung fernerer Unterschiede zwischen den sichtbaren und unsichtbaren Strahlen ist es zweckmässig, ihre Sonderung in etwas anderer Weise als durch die umgebende Wandung zu bewirken.

Nicht nur die Glaswand, sondern jeder der Kathode innerhalb der zweiten Schicht hinreichend genäherte ursprüngliche neutrale feste Körper (Leiter oder Isolator) verwandelt sich in eine Anode. Dies findet auch statt, wenn der genäherte

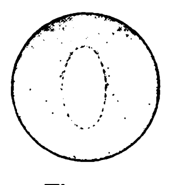


Fig. 4a.

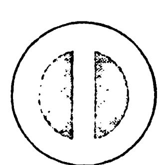


Fig. 4b.

Körper die Kathode nicht peripher umschliesst, sondern ihr gegenüber liegt, z. B. in der Form eines ihr parallelen Drahtes. Der Draht wirkt dann auf die Wurzel der sichtbaren Entladung ebenfalls abstossend und drängt sie nach beiden Seiten fort. Da der Verdrängung sich ein gewisser Widerstand entgegensetzt, so entsteht als Resultante der Wirkungen an einer Kreisscheibe in weitem Rohr eine elliptische Fläche, in der die Kathode von der sichtbaren Entladung entblösst (Fig. 4a). Bei einer Scheibe in relativ engem Rohr oder bei sehr geringer Gasdichte, wo auch die Glaswand abstossend wirkt, beschränkt die sichtbare Entladung sich auf zwei Kreisabschnitte (Fig. 4b). Nur im Centrum der Scheiben bleibt ein ganz kleiner heller Fleck.

Die lichtlosen Ellipsen etc. senden aber ebenfalls unsichtbare Kathodenstrahlen aus. Danach ist u. a. die Darstellung von WEHNELT[1]) zu berichtigen, der diese Erscheinungen in Beschreibung und Zeichnung so wiedergiebt, als wenn Ka-

---

1) A. WEHNELT, Wied. Ann. 67. p. 421. 1899.

thodenstrahlen nur von der sichtbaren Entladungswurzel ausgingen. Durch eine Anordnung wie Fig. 5, bei der die Kathode eine Kreisscheibe ist und der Draht *d* links die Wand erreicht, kann man sich leicht überzeugen, wie die Verhältnisse liegen. Man sieht dann bei geeigneter Gasdichte erstens die durch den Schattenraum breit auseinander gedrängten sichtbaren Strahlenbündel, ausserdem aber Phosphorescenzlicht der Glaswand, das fast unmittelbar über dem Niveau der Kathode beginnt und sie ringsum in ihrer ganzen Länge bedeckt, nur unterbrochen von einem schmalen, scharfen Schatten des Drahtes, der, unmittelbar über *d* beginnend, dort nur ebenso breit, wie der Draht selbst ist. Ersetzt man den Draht durch ein gleich gelagertes Glasstäbchen, so markiren sich die von der scheinbar strahlungslosen Fläche ausgehenden Strahlen auch dadurch, dass sie nicht nur die Glaswand bis zum Stäbchen, sondern auch die Unterseite des Glasstäbchens selbst zu hellem Phosphoresciren bringen. —

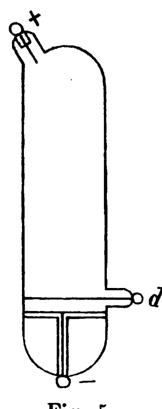


Fig. 5.

Besteht nun die Oberfläche der Kathode aus einem zerstiebungsfähigen Metall, so kann man mittels dieser Schattenflächen sehen, dass an der Ausgangsstelle der sichtbaren Strahlen viel stärkere Zerstiebung stattfindet, als an der Wurzel der unsichtbaren.

Man überzieht zunächst eine Aluminiumscheibe mit einer Haut aus leicht zerstiebendem Material, am besten Gold, indem man die Scheibe neutral oder als Anode in verdünntem Wasserstoff einer scheibenförmigen Goldkathode gegenüberstellt. Die hierdurch in kurzem vergoldete Aluminiumscheibe setzt man in ein anderes Rohr als Kathode ein, bringt vor ihr, wie in Fig. 5, einen Draht an und lässt bei einer Dichte, bei welcher der Draht die Schattenfläche erzeugt, die Entladung kurze Zeit durch die Röhre gehen. Dann sind alle Stellen, von denen die sichtbare Entladung ausging, durch Zerstiebung von Gold entblösst, die Schattenfläche aber, von der nur unsichtbare Strahlen ausgingen, ist noch vergoldet. Man kann also die Schattenfläche auf diese Weise fixiren. Ueberraschend ist es,

wie messerscharf der Umriss der verbleibenden Goldfläche ist; es muss also der Uebergang von sichtbaren zu unsichtbaren Strahlen ganz plötzlich stattfinden. Man erhält somit bei einem einfachen diametral gerichteten Draht an einer Scheibe in weitem Rohr eine scharf begrenzte Goldellipse, bei einem der Scheibe parallelen Drahtquadrat bleibt eine Fläche wie Fig. 6 etc.

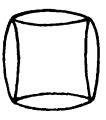


Fig. 6.

Die Zerstiebung ist im Bezirk der unsichtbaren Strahlen jedoch nicht absolut Null. Denn wenn man die Entladung sehr lange fortsetzt, verschwindet die Goldhaut allmählich auch von den beschatteten Teilen. Jedoch gehört dazu ungefähr die zweihundertfache Zeit als bei den sichtbaren Strahlen.

Die Erhitzung, welche das sichtbare Strahlenbündel erzeugt, ist viel stärker als die Wärmewirkung der unsichtbaren Strahlen.[1])

Der Einfluss einer kathodennahen Anode, welche die Wurzel der sichtbaren Entladung verdrängt, die unsichtbaren Strahlen stehen lässt, beschränkt sich nicht auf eine räumliche Zerlegung der vorhandenen Strahlungen, sondern modificirt auch die Strahlungen selbst. Schon HITTORF[2]) beobachtete, dass bei grosser Annäherung zweier drahtförmiger Elektroden der Widerstand der Röhre, gemessen durch eine äquivalente Funkenstrecke im Nebenschluss, ausserordentlich stieg, und WEHNELT[3]) fand, dass der Widerstand von da ab steigt, wo eine bewegliche Anode in die zweite Schicht eintritt. Hiermit stimmen meine eigenen Beobachtungen.

Es ist nun interessant, dass gleichzeitig mit dem Ansteigen des Widerstandes auch die Helligkeit des von den unsichtbaren Strahlen erregten Phosphorescenzlichtes zunimmt

---

1) Infolge dessen erzeugen sie bei den nachfarbefähigen Salzen die gewöhnlichen Nachfarben. (Nachfarben erster Klasse) nur bei ganz kurzer Bestrahlung; bei längerer Bestrahlung entstehen die einer gleichzeitigen Erhitzung entsprechenden Nachfarben zweiter Klasse. Vgl. E. GOLDSTEIN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1901. p. 224.

2) W. HITTORF, Pogg. Ann. **136**. p. 210. 1869.

3) A. WEHNELT, Wied. Ann. **65**. p. 525. 1898.

(ihre Absorbirbarkeit im Gase also sich vermindert), dass ferner ihre magnetische Steifigkeit wächst und ihre Divergenz zunimmt. Dieselben Aenderungen, einschliesslich der Zunahme des Widerstandes, treten aber bekanntlich auch ein, wenn man bei konstanter Entfernung der Elektroden die Gasdichte vermindert. Das Einbringen der Anode in die zweite Schicht ist also äquivalent einer Verminderung der Gasdichte. Mit dieser Beziehung hängen manche schon länger benutzte Versuchsanordnungen zusammen, die anscheinend intuitiv oder durch Probiren gefunden wurden, deren Nutzen aber jetzt deducirt werden kann. Z. B. erklärt sich der Vorteil der von Lenard zur Erzeugung seiner Strahlen benutzten Anordnung, bei der ein grosser Hohlcylinder als Anode um die kleine scheibenförmige Kathode gelegt wird. Hr. Lenard hat sich, soviel mir bekannt, über den Grund dieser Anordnung nirgends ausgesprochen. Aber es leuchtet nunmehr ein, dass sie bei relativ mässiger Verdünnung, wenn nur die zweite Schicht den Anodencylinder erreicht hat, bereits ebenso steife, wenig absorbirbare, also das „Fenster“ leicht durchdringende Strahlen liefert, wie sie sonst nur durch viel stärkere Gasverdünnung erzeugt werden könnten. Hr. Wien[1]), der von der Ansicht ausgeht, dass der Einfluss der Anoden in geringen Dichten ganz unerheblich sei, verzichtet wegen dieser Anschauung auf die Lenard'sche Anode und findet, dass er unter Anwendung einer das Röhrenlumen nahe sperrenden Kathode auch mit einer ganz kleinen Anode ebenso gute Resultate bekommt, wie Lenard. Dies beruht, wie man sieht, darauf, dass nun die der Kathode benachbarte Zone der Glaswand die grosse cylindrische Anode bildet. — Auch einige Kunstgriffe bei der Herstellung und Benutzung von Röntgenröhren hängen mit den hier geschilderten Beziehungen zusammen. —

Einem vielleicht naheliegenden Missverständnis möchte ich noch vorbeugen:

Eine Anode beeinflusst in der beschriebenen Weise die Entladungserscheinungen, sobald sie in die zweite Schicht des Kathodenlichtes eingedrungen ist. Ganz ebenso wirkt irgend ein zunächst neutraler Leiter oder Isolator, sobald er

---

1) W. Wien, Wied. Ann. 65. p. 442. 1898.

innerhalb der zweiten Schicht zur Anode geworden ist. Nur wird er nicht schon zur Anode, wenn er die Grenze der zweiten Schicht eben überschritten hat, sondern ein in die zweite Schicht einrückender, vorher neutraler Körper wird in der vordersten, d. h. von der Kathode entferntesten Zone dieser Schicht zunächst zu einer schwachen Kathode; bei weiterem Vorrücken tritt Neutralität ein und erst noch bei weiterem Vorrücken wird er zur Anode.

Ueber Canalstrahlen; von E. Goldstein.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 13. December 1901.)

(Vgl. oben S. 191.)

Nachdem die Canalstrahlen seit ihrer ersten Beschreibung lange Zeit hindurch gar keine Bearbeitung gefunden hatten, folgten neuerdings einige Arbeiten, in denen Eigenschaften und Wesen dieser Strahlen durch wenige Beobachtungen festgestellt werden sollten. Da es scheint, dass die Ergebnisse dieser Arbeiten vielfach als gesicherte Thatsachen angesehen werden, die bereits zur Begründung von Theorien geeignet sind, so erlaube ich mir, einige leicht zu constatirende Beobachtungen anzuführen, die mit einem Teil jener Ergebnisse nicht zu harmoniren scheinen, für einen anderen Teil die Beibringung stringenterer Beweise wünschenswert erscheinen lassen.

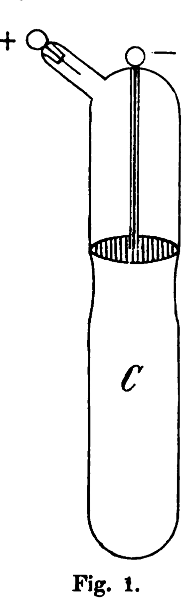


Fig. 1.

Zu leichterer Verständigung sei es gestattet, die Versuchsbedingungen nochmals anzuführen, unter denen die Canalstrahlen am besten erkennbar werden. Man benutzt als Kathode eine mit schmalen Schlitzen oder kleinen Löchern versehene Kreisscheibe, die das Lumen der Röhre (Fig. 1) sperrt und den Röhrenraum in zwei Teile teilt, deren einer die Anode enthält.[1]) An der Seite der Anode bietet die Kathode dann das gewöhnliche Entladungsbild mit (in Luft) blauen Kathoden-

---

1) Hinsichtlich dieser von mir angegebenen Anordnung vgl. die Beschreibung von P. Fuchs in Prometheus 7. p. 785. 1896.

strahlen, an der anderen Seite zeigen sich bei hinreichender Evacuation nur die (in Luft) chamoisgelben Canalstrahlen.[1])

Die neueren Bearbeiter scheinen es nun als feststehend anzusehen, dass die Canalstrahlen nicht an der Kathode entspringen und sich von ihr fort ausbreiten, sondern dass sie in grösserer Entfernung von der Kathode entspringen und sich zur Kathode hin, von der Anodenseite her, ausbreiten. Dies entspricht z. B. den Ansichten von Villard[2]), Wehnelt[3]) und Wien.[4]) O. Berg[5]) nimmt sogar an, dass sie direct von der Anode ausgehen und sich geradlinig auf die Kathode zu fortpflanzen, deren etwaige Oeffnungen durchsetzen und dadurch an der Rückseite der Kathode erkennbar werden. Dieser Auffassung widerspricht die Thatsache, dass die Richtung und sonstige Beschaffenheit der Canalstrahlen ganz ungeändert bleibt, wenn man die Lage der Anode ändert und sie sogar an das Ende eines mehrfach gebogenen Rohres verlegt, sodass keine Gerade von ihr zur Kathode durch den Gasraum gezogen werden kann. Dagegen ändern die Canalstrahlen ihre Richtung im Raume in ganz derselben Weise, wie sich die Richtung der Kathode ändert, behalten also gegen die Kathode, wie fest mit ihr verbundene starre Stäbe, stets die nämliche Richtung. —

Eine Richtungsänderung der Kathode erscheint zwar, solange sie, wie in Fig. 1, das Röhrenlumen sperren soll, unmöglich. Jedoch stellt eine solche Anordnung nur die für die Wahrnehmung der Canalstrahlen bequemste Anordnung, nicht eine notwendige Bedingung für ihr Zustandekommen dar. Die Canalstrahlen treten nämlich an sich ebenso gut an einer durchbrochenen (geschlitzten oder durchlochten) Scheibe auf, wenn dieselbe, statt das Röhrenlumen zu sperren, frei im

---

1) Wenn Röhren wie Fig. 1 die Canalstrahlen nicht rein geben, so liegt dies bei gut sperrender Kathode meist daran, dass entweder das Blech zu dünn ist oder im Verhältnis die Schlitze zu weit sind. Bei $^3/_4$ mm Blechdicke sollten die Schlitze nicht weiter als 0,6 mm sein. Grössere Dicke gestattet grössere Schlitzweite.

2) P. Villard, Journ. de phys. (2) 8. p. 5 u. p. 140. 1899.

3) A. Wehnelt, Wied. Ann. 67. p. 421. 1899.

4) W. Wien, Wied. Ann. 65. p. 440. 1898; Drud. Ann. d. Phys. 5. p. 421. 1901.

5) O. Berg, Wied. Ann. 68. p. 688. 1899.

Raume liegt; sie erscheinen dann an beiden Seiten der Kathodenscheibe, an der nach der Anode gekehrten ebenso wie an der abgewandten. Nur ist ihre Wahrnehmung dann schwieriger, weil sich z. B. bei Luft der Eindruck des von der nämlichen Fläche ausgehenden blauen Kathodenlichtes ihnen superponirt. Sperrt die Kathode das Röhrenlumen, so fällt dieses blaue Licht an derjenigen Seite, an der keine Anode liegt, fort und es bleiben die aus den Oeffnungen austretenden Canalstrahlen allein sichtbar. Der hauptsächliche Nutzen der lumensperrenden Kathode ist also die Ausschaltung des störenden gewöhnlichen Kathodenlichtes. Man kann jedoch die durch die gewöhnlichen Strahlen bedingte physiologische Störung stark herabsetzen, wenn man anstatt Luft Wasserstoff zur Füllung der Röhren benutzt.[1]) Die Helligkeit (bez. Absorption) beider Strahlengruppen ändert sich in verschiedenen Gasen nämlich nicht proportional, sondern in Wasserstoff z. B. ist bei geringer Gasdichte die Helligkeit der gewöhnlichen Kathodenstrahlen viel kleiner als in Luft, die Helligkeit der Canalstrahlen dagegen ebenso gross wie in Luft (soweit man bei verschiedenen Färbungen urteilen kann). Die Canalstrahlen sind daher bei Wasserstoff deutlich in dem übrigen Kathodenlicht zu verfolgen. Noch mehr wird ihre Wahrnehmung verbessert, wenn man ausserdem magnetisch (ein Handmagnet genügt) die gewöhnlichen Strahlen ganz zur Seite biegt, während die kräftig rosa leuchtenden Canalstrahlen zurückbleiben.

Hat man nun im freien Raum einer Kugel oder einer weiten Cylinderröhre eine geschlitzte Kathodenscheibe, deren Zuleitungsdraht an ihrem Rande befestigt in ihrer Ebene liegt, so treten an beiden Seiten der Scheibe aus den Schlitzen Bänder von Canalstrahlen aus, die sich sehr deutlich abheben, wenn man in der Richtung der Schlitze visirt und die nun, wenn man die Kathode um den Zuleitungsdraht drehbar angebracht hat, alle Drehungen der Kathode genau mitmachen.

Mit diesen Ermittelungen wäre unter bestimmten Hülfsannahmen immerhin die Annahme nicht absolut unvereinbar, dass die an jeder Seite auftretenden Schlitzbänder durch Strahlen gebildet werden, die an der entgegengesetzten Seite

---

1) E. Goldstein, Physik. Zeitschr. 1. p. 133. 1899.

in grösserer Entfernung von der Kathode entstehen und auf sie zugehen. Man brauchte, wenn man ohnedies als Substrat der Strahlen fortbewegte Teilchen ansieht, nur die Hülfsannahme zu machen, dass die Kathode in bestimmten Richtungen, die durch ihre eigene jeweilige Lage gegeben sind, Teilchen aus grösseren Entfernungen anzieht, die nun auf sie zufliegen. Aber eine solche Annahme ist von keiner Seite bisher durch Experimente wahrscheinlich gemacht worden, und es giebt andererseits Erscheinungen, die im entgegengesetzten Sinne sprechen.

Denn wie ich an anderer Stelle erwähnte, gehen Strahlen von ganz analogen Eigenschaften, wie die der Canalstrahlen, auch von jeder beliebigen undurchbrochenen Kathodenfläche aus, und zwar nach allen Seiten.[1]) Man hat dadurch also breite Strahlenbüschel, in die man Schattenobjecte einbringen kann. Die Lage der Schattenräume lässt dann erkennen, in welcher Richtung die Strahlen sich ausbreiten.

Man benutzt z. B. als Kathode in einem etwa 4 cm weiten Rohr eine Nickelscheibe von 5—10 mm Durchmesser und stellt einen Draht oder ein Glasstäbchen von einigen Millimetern Dicke als Schattenobject auf (Fig. 2), evacuirt in Wasserstoff bis zu geeigneter Dichte, und biegt die gewöhnlichen Kathodenstrahlen durch den Magneten zur Seite. Dann sieht man, dass die magnetisch nicht deformirbaren rosa Canalstrahlen von der Kathode bis zum Niveau des Schattenobjectes eine zusammenhängende Lichtmasse bilden, die die Röhrenweite ausfüllt, hinter dem Object aber liegt im rosa Licht ein scharf begrenzter, schwach divergenter Schattenraum. Unzweifelhaft liegen hier Strahlen mit Eigenschaften der Canalstrahlen vor, die sich von der Kathode fort ausbreiten.

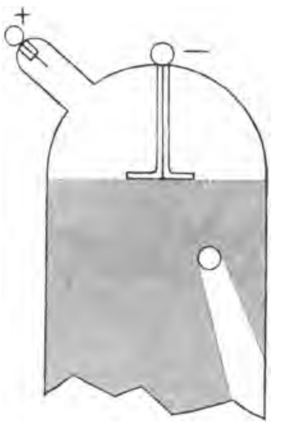


Fig. 2.

1) E. Goldstein, Thätigkeitsber. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt für 1895; Zeitschr. f. Instrumentenk **16**. p. 211. 1896. Vgl. auch Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1886. p. 698.

Hinsichtlich des angeblichen Verhältnisses der Canalstrahlen zur Anode führe ich noch einen einfachen Versuch vor. In einer 4 cm weiten Röhre ist (Fig. 3) die Anode eine Metallscheibe mit einer Anzahl Schlitzen von je 2 mm Breite. Wenn nun die Canalstrahlen in der That von der Anode zur Kathode hingingen, so dürften sie nur in dem Raume, der zwischen Anode und Kathode liegt, sich zeigen. Der Versuch ergiebt aber — die gewöhnlichen Kathodenstrahlen werden wieder durch den Magnet zur Seite gelenkt — dass die Canalstrahlen, für die jetzt die geschlitzte Anodenplatte als Schattenobject dient, sich durch die Schlitze hindurch über die Anode hinaus, soweit es die Röhrenlänge gestattet, ausbreiten (Demonstration). Dies zeigt von neuem, dass die Canalstrahlen mit der Anode direct nichts zu thun haben und in ihrer Ausbreitung nach irgend welchen Richtungen durch sie weder gehindert noch sonst beeinflusst werden. — Wollte man etwa doch noch annehmen, dass die Canalstrahlen an der geschlitzten Anode entspringen und sich durch die Schlitze nach beiden Seiten ausbreiten, so widerspricht dieser Auffassung die Thatsache, dass die Erscheinung der Canalstrahlen ganz ungeändert bleibt, wenn man anstatt der geschlitzten Platte P den Draht a zur Anode macht. (Die Gasdichte wird zweckmässig so gewählt, dass die zweite Schicht an der Kathode K etwas über 1 cm dick ist; P ist von K um 2 cm entfernt.)

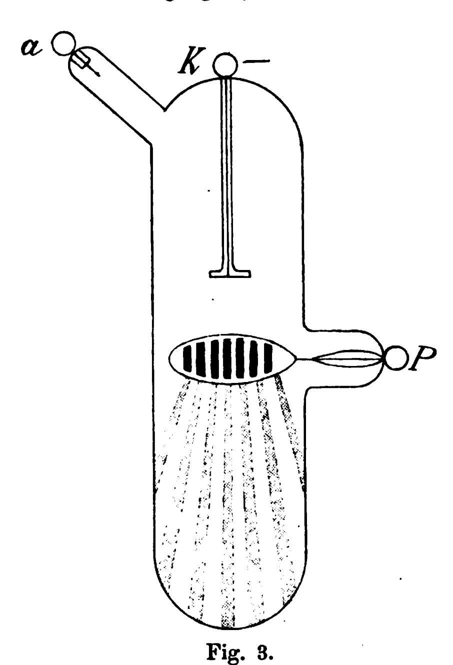


Fig. 3.

Die Canalstrahlen haben in meinen Versuchen sich magnetisch nicht deformiren lassen; sie werden auch von einer

Kathode nicht angezogen oder anderweit abgelenkt. Hr. Wien hat Beobachtungen veröffentlicht[1]), nach denen elektrostatische und auch kräftige, primäre magnetische Einwirkungen stattfinden. Unter primären Einwirkungen verstehe ich dabei solche, bei denen nicht Wirkungen auf die sichtbare Entladung an der anderen Seite der (geschlitzten oder durchlochten) Kathode mitspielen. Dass Verschiebungen der sichtbaren Entladung und damit verbundene Richtungsänderungen der nach vorn gehenden Kathodenstrahlen die Richtung der (dabei stets geradlinig bleibenden) Canalstrahlen beeinflussen müssen, folgt schon aus meiner ersten Arbeit über diese Strahlen und ist seitdem auch von anderen Beobachtern constatirt worden. Doch glaubt Hr. Wien derartige indirecte Beeinflussungen der Canalstrahlen durch Schutzvorrichtungen ausgeschlossen zu haben. Der Aufklärung scheint mir bei den Ablenkungsversuchen des Hrn. Wien immerhin noch die Angabe zu bedürfen, dass seine Canalstrahlen an der Glaswand Fluorescenzflecke von der „bekannten gelbgrünen Farbe“ erzeugen.[2]) In seiner letzten Arbeit ist sogar von magnetisch ablenkbaren Canalstrahlen die Rede, „die die vorzüglichste Fluorescenz der Glaswand hervorbringen“.[3]) Canalstrahlen, die eine derart zu charakterisirende Fluorescenz (bez. Phosphorescenz) erzeugen, habe ich bisher nicht beobachtet. In meiner ersten Arbeit sagte ich, dass den Canalstrahlen die Fähigkeit, die Glaswand zur Phosphorescenz zu erregen, fast vollständig abgehe, und dass es schon der Aufmerksamkeit bedürfe, um das äusserst schwache, grüne Leuchten, welches die hellsten Canalstrahlen hervorrufen, wahrzunehmen.[4]) Es überrascht mich, dass Hr. Wien sich für die Fluorescenzwirkung der Canalstrahlen auf mich beruft, indem er sagt (l. c. p. 435): „Zum Schluss möchte ich noch bemerken, dass die Fluorescenzwirkung auf dem Glase bei Wasserstofffüllung, wie schon Goldstein bemerkte, am stärksten ist.“ Eine Quelle giebt

---

1) W. Wien, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin **16.** p. 165. 1897; l. c. **17.** p. 10. 1898; Wied. Ann. **65.** p. 440. 1898.

2) W. Wien, Wied. Ann. **65.** p. 447. 1898.

3) W. Wien, Drud. Ann. d. Phys. **5.** p. 432. 1901.

4) E. Goldstein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1886. p. 677; Wied. Ann. **64.** p. 45. 1898.

Hr. Wien nicht an; ich habe derartiges nie veröffentlicht, auch nicht beobachtet. — Bezüglich des Wasserstoffs habe ich angeführt[1]), dass sie in diesem Gase besonders hell sind. Das schliesst besondere Helligkeit am Glase nahezu aus, da im Gase diejenigen Strahlen am hellsten sind, die darin am stärksten absorbirt werden, also den kleinsten Procentsatz Energie bis zur Glaswand bringen.

An den hier aufgestellten drei Röhren für Canalstrahlen, von denen die eine die Canalstrahlen in verdünnter Luft, die beiden anderen in verdünntem Wasserstoff von verschiedener Dichte zeigen, ist erkennbar, wie stark das Glas in den gewöhnlichen Kathodenstrahlen (im Anodenteil der Röhren) phosphorescirt und wie minimal, auf einige Entfernung nicht mehr zu erkennen, die Erregung durch Canalstrahlen ist.

Sollten die betreffenden Beobachtungen des Hrn. Wien etwa mit dem Umstande zusammenhängen, dass bei seinen Versuchen mit den Inductorium, um nur Ströme einer Richtung zu behalten, stets ein 2 cm-Funke in freier Luft eingeschaltet war? Schaltet man eine so beträchtliche Funkenstrecke ein, so laden sich alle Teile der Röhrenwand zu beträchtlicher Spannung, bei Röhren nach dem Schema der Fig. 1 auch die Wandung in dem anodenlosen Teile C. Die Spannung steigt bis zu schwachen Entladungen, bei denen die betreffende Wandung dann als schwache Anode fungirt. Nun beruht die Abwesenheit des gewöhnlichen Kathodenlichtes in dem Teil C ja nur auf dem Fehlen einer Anode. Sobald die Glaswand wieder eine schwache Anode bildet, gehen von der nach C gekehrten Fläche der Kathode auch wieder schwache gewöhnliche Kathodenstrahlen aus, die bei der vorhandenen geringen Gasdichte nicht unmittelbar sichtbar sind, aber deutliches, grünes Phosphorescenzlicht der Glaswand erregen, das durch den Magneten abgelenkt und zu noch grösserer Helligkeit condensirt wird. Die vorliegenden Röhren zeigen in C, solange kein Funke eingeschaltet ist, unter dem Einfluss des Magneten keine Phosphorescenzspur; sobald der 2 cm-Funke eingeschaltet ist, wirft der Magnet einen grossen, hellen, grünen Fleck an die Wandung. Am meisten eignet sich für diesen

1) E. Goldstein, Physik. Zeitschr. 1. p. 133. 1899.

Effect der Wasserstoff, der ja, wie früher erwähnt, die gewöhnlichen Kathodenstrahlen am wenigsten absorbirt, in dem also die Fluorescenzwirkung dieser Strahlen am Glase am hellsten sein muss. Damit würde der Schluss der letzten Wien'schen Abhandlung stimmen (l. c. p. 435): „Bei Wasserstofffüllung sieht man auch am deutlichsten, wie die Fluorescenz des Glases beträchtlich im Magnetfelde abgelenkt wird, während die Ablenkung der Fluorescenz des Gases kaum wahrnehmbar ist.“

Es wäre sehr dankenswert, wenn Hr. Wien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft einige Röhren für Canalstrahlen übersenden wollte und sie hier vorführen liesse, um der Gesellschaft ein auf Anschauung gegründetes Urteil über die magnetisch ablenkbaren, zugleich kräftige Fluorescenz der Glaswand erregenden Canalstrahlen zu erleichtern.

Während also dieser Punkt aufklärungsbedürftig erscheint, erklärt sich, wie ich glaube, eine andere von Hrn. Wien angeführte Erscheinung bestimmt durch die Einschaltung des langen Funkens. Hr. Wien hat nach Umkehrung des Stromes an der durchlochten nun zur Anode gewordenen Elektrode noch besondere, direct sichtbare Strahlen beobachtet.[1] Diese Strahlen, die in den elektrodenlosen Teil C austreten, werden von einer negativen Elektrode abgestossen und vom Magneten in demselben Sinne, wie gewöhnliche Kathodenstrahlen, aber stärker, abgelenkt.

Diese Strahlen sind nichts anderes, als die schon 1876[2] von mir beschriebenen Strahlen des secundären negativen Lichtes, die jedesmal auftreten, wenn in den Weg des geschichteten positiven Lichtes der Entladung eine Verengung eingeschaltet ist. Im vorliegenden Fall kommen sie ebenfalls dadurch zu stande, dass in dem ursprünglich anodenlosen Teil durch die nach der Funkeneinschaltung bis zur Entladung gesteigerte Spannung der Glaswand sich eine schwache (Glas-) Anode bildet, zu der nun aus dem anderen Röhrenteil schwaches positives Licht geht. Die Durchbohrung der ersten

---

1) W. Wien, Wied. Ann. 65. p. 449. 1898.

2) E. Goldstein, Monatsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1876. p. 279.

(metallischen) Anode stellt die Verengung der Entladungsstrecke dar.

Würde in *C* eine Anode sich befinden, während die durchbohrte Elektrode ohne Verknüpfung mit dem Inductorium gelassen ist, so würde diejenige besondere Modification der secundären negativen Strahlen auftreten, die ich als künstliche Kathodenstrahlen bezeichnet habe und die, abgesehen von ihrer viel geringeren Steifigkeit, in allen anderen Beziehungen, auch in der Farbe, den gewöhnlichen Kathodenstrahlen gleichen.[1])

---

1) E. Goldstein, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 13. p. 5. 1894.

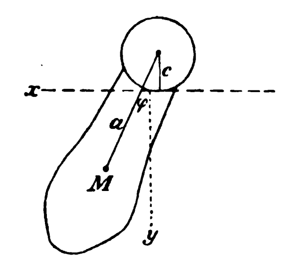
Ueber ein Pendelproblem von Euler;
von Alfred Denizot.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 13. December 1901.)

(Vgl. oben S. 191.)

---

1. In „*Nova Acta Academiae Petropolitanae*“ (6. p. 145. 1788) behandelt L. EULER das Problem: „*De motu oscillatorio penduli circa axem cylindricum plano horizontali incumbentem.*“ Dieses soll gewissermaassen eine Verallgemeinerung des gewöhnlichen Pendelproblems sein; der Unterschied zwischen beiden Problemen besteht darin, dass während beim gewöhnlichen Pendel die Masse um eine Gerade als Axe schwingt, im obigen Problem die Masse mit einem Kreiscylinder fest verbunden ist, der an seinen beiden Enden durch horizontale, in derselben Höhe sich befindende Ebenen gestützt, sich längs dieser Ebenen reibungslos hin- und herbewegen kann. Die Differentialgleichung ergiebt ein Integral, das zum Teil auf elliptische Functionen führt und das von EULER unter der Annahme kleiner Schwingungen näherungsweise berechnet wird. Dieses Problem von EULER ist auch in das vortreffliche Uebungsbuch von JULLIEN: „*Problèmes de mécanique rationnelle*“ (2. p. 63. 1855) aufgenommen, allein auch dort heisst es: „cette intégrale ne peut s'obtenir sous forme finie“.



2. Im Folgenden wird gezeigt, dass das Integral, welches die Zeit liefert, durch bekannte Functionen ausgedrückt werden kann; freilich sind damit die Coordinaten als Functionen der Zeit explicite noch nicht gegeben. Wir betrachten (vgl. JULLIEN, l. c.) den verticalen, durch den Schwerpunkt des ganzen Körpers gelegten Schnitt (vgl. Figur). Es seien x, y die Coordinaten des Schwerpunktes, c der Radius des Cylinders, a die Entfernung der Axe des Cylinders vom Schwerpunkt M des ganzen Systems, m die

Masse des Systems, φ der Winkel, den a mit der y-Axe bildet, k der Trägheitsradius des Körpers in Bezug auf eine, durch dessen Schwerpunkt gehende Parallele zur Axe des Cylinders.

Alsdann erhält man unmittelbar aus dem Princip der lebendigen Kräfte die Differentialgleichung des Problems:

$$\frac{m}{2}\left\{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right\}+\frac{m}{2}k^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2=m\,g\,y+\text{const.}$$

Hierin entspricht

$$\frac{m}{2}\left\{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right\}$$

der lebendigen Kraft der fortschreitenden,

$$\frac{m}{2}k^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$$

der lebendigen Kraft der schwingenden Bewegung und

$$m\,g\,y+\text{const.}$$

der potentiellen Energie des Systems.[1])

Führt man (da wir eine Abwickelung des Cylinders an den Ebenen haben) in obige Gleichung ein:

$$x=a\sin\varphi-c\,\varphi,\quad y=a\cos\varphi-c,$$

so erhält man

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\{a^2-2\,a\,c\cos\varphi+c^2+k^2\}=2\,g\,(a\cos\varphi-c)+C.$$

Zur Bestimmung der Constanten C dient folgendes: Zu einer Zeit, in der die Winkelgeschwindigkeit $(d\varphi/dt)=0$ ist, soll $\varphi_0=\alpha$ sein, woraus folgt $C=2\,g\,(c-a\cos\alpha)$, und daher lautet die Differentialgleichung des Problems:

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\{k^2+a^2+c^2-2\,a\,c\cos\varphi\}=2\,g\,a\,(\cos\varphi-\cos\alpha),$$

woraus folgt:

$$t=\int\frac{(k^2+a^2+c^2-2\,a\,c\cos\varphi)^{1/2}}{\sqrt{2\,g\,a}\,(\cos\varphi-\cos\alpha)^{1/2}}\,d\varphi.$$

---

1) Es sei bemerkt, dass Euler unter g, was hier die Erdbeschleunigung bedeutet, den Wert $2\,g$ versteht (. . . ubi g est altitudo lapsus gravium uno minuto secundo), l. c. p. 147.

Um dieses Integral ganz allgemein zu lösen, setzen wir zunächst

$$\cos\varphi = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad \text{und} \quad \cos\alpha = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

und wir erhalten:

$$t = \frac{1}{\sqrt{g\,a}} \int \frac{\left\{k^2 + (a-c)^2 + 4\,a\,c\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right\}^{1/2}}{\left(\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right\}^{1/2}} \frac{d\varphi}{2}.$$

Wenn wir nun

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\psi,$$

ferner der Kürze wegen

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \varkappa \quad \text{und} \quad \frac{k^2 + (a-c)^2}{4\,a\,c} = p^2$$

einführen, so wird

$$(1) \qquad t = 2\sqrt{\frac{c}{g}} \int \frac{(p^2 + \varkappa^2\sin^2\psi)^{1/2}}{(1 - \varkappa^2\sin^2\psi)^{1/2}}\,d\psi$$

oder

$$t = 2\,p\sqrt{\frac{c}{g}} \int \frac{\left(1 + \frac{\varkappa^2}{p^2}\sin^2\psi\right)d\psi}{\sqrt{(1 - \varkappa^2\sin^2\psi)\left(1 + \frac{\varkappa^2}{p^2}\sin^2\psi\right)}}.$$

Wird hierin $c = 0$ gesetzt, so erhalten wir

$$t = \sqrt{\frac{k^2 + a^2}{a\,g}} \int \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \varkappa^2\sin^2\psi}},$$

also den Ausdruck für das zusammengesetzte Pendel, wo $k^2 + a^2/a$ die reducirte Pendellänge ist.

3. Wollte man nun, wie es beim gewöhnlichen Pendelproblem der Fall ist, zur Lösung des Integrales (1) ψ durch $\operatorname{am} u$, also $\sin\psi$ durch $\sin\operatorname{am} u = \operatorname{sn} u$ ausdrücken, so würde man unter dem Integralzeichen

$$\sqrt{1 + \frac{\varkappa^2}{p^2}\operatorname{sn}^2 u}$$

erhalten; der Integrand würde also als eine nicht eindeutige Function erscheinen.

4. Vermieden wird dieses, wenn

$$\sin^2 \psi = z$$

gesetzt wird; dann ist

$$d\psi = \frac{dz}{2\sqrt{z(1-z)}}$$

und wir erhalten

$$t = p\sqrt{\frac{c}{g}}\int \frac{\left(1 + \frac{\varkappa^2}{p^2} z\right) dz}{\sqrt{R(z)}},$$

wo

$$R(z) = (1 - \varkappa^2 z)(1 - z) z \left(1 + \frac{\varkappa^2}{p^2} z\right)$$

ist, und $R(z) = 0$ gesetzt, liefert die vier aufeinanderfolgenden Wurzeln

$$\frac{1}{\varkappa^2} > 1 > 0 > -\frac{p^2}{\varkappa^2}.$$

Zur weiteren Lösung des Integrales führen wir die bekannte Transformation des Integrales aus, indem wir setzen

$$z = \frac{r + s u}{1 + u},$$

wo u die neue Variable ist. Es wird dabei

$$dz = \frac{(s - r)}{(1 + u)^2} du,$$

$$\sqrt{R(z)} = \frac{1}{(1 + u)^2} \sqrt{R(u)}.$$

$R(u)$ besteht aus vier Factoren, von denen wir die beiden ersteren und die beiden letzteren zusammenfassen, und nach erfolgter Ausmultiplicirung der zusammengehörigen Factoren bestimmen wir r und s so, dass die mit u verbundenen Glieder fortfallen. Wir erhalten dann für r und s die Bedingungsgleichungen:

$$r + s + 2\frac{\varkappa^2}{p^2} r s = 0,$$

$$2 - (1 + \varkappa^2)(r + s) + 2\varkappa^2 r s = 0,$$

aus welchen folgt

$$s + r = \frac{2}{1 + \varkappa^2 + p^2},$$

$$r s = \frac{-p^2}{\varkappa^2 (1 + \varkappa^2 + p^2)};$$

ferner ist

$$s - r = \frac{2\sqrt{(1 + p^2)(\varkappa^2 + p^2)}}{\varkappa (1 + \varkappa^2 + p^2)},$$

wobei wir uns für das positive Zeichen der Quadratwurzel entscheiden. Für r und s erhalten wir

$$(2)\qquad \begin{cases} s = \dfrac{\varkappa + \sqrt{(1+p^2)(\varkappa^2+p^2)}}{\varkappa(1+\varkappa^2+p^2)}, \\ r = \dfrac{\varkappa - \sqrt{(1+p^2)(\varkappa^2+p^2)}}{\varkappa(1+\varkappa^2+p^2)} \end{cases}$$

und wir sehen, dass diese Grössen reell sind, was auch die Art und Weise der Transformation erfordert.

Alsdann erhält man nach einiger Reduction

$$(3)\qquad t = M\int\frac{(Au+B)\,du}{(1+u)\sqrt{(1-\lambda^2u^2)(1-\mu^2u^2)}}.$$

Hierin ist

$$(4)\qquad \begin{gathered} A = 1 + \frac{\varkappa^2}{p^2}s, \qquad B = 1 + \frac{\varkappa^2}{p^2}r, \\ M = p\sqrt{\frac{c}{g}}\,\frac{(s-r)}{\sqrt{r(1-r)(1-r\varkappa^2)\left(1+\dfrac{r\varkappa^2}{p^2}\right)}}. \end{gathered}$$

Da $R(z) = 0$ lauter reelle Wurzeln hat, so sind, wie bekannt, λ^2 und μ^2 reell und positiv, was auch aus den Ausdrücken für diese Grössen selbst zu ersehen ist. Es ist, wenn r und s und der Kürze wegen $\sqrt{(1+p^2)(\varkappa^2+p^2)} = P$ eingeführt werden:

$$\lambda^2 = \frac{(1-s)\left(\dfrac{1}{\varkappa^2}-s\right)}{(r-1)\left(\dfrac{1}{\varkappa^2}-r\right)} = \frac{[P+\varkappa(\varkappa^2+p^2)][1+p^2+\varkappa P]}{[P-\varkappa(\varkappa^2+p^2)][1+p^2-\varkappa P]}(>1),$$

$$\mu^2 = \frac{s\left(\dfrac{p^2}{\varkappa^2}+s\right)}{r\left(\dfrac{p^2}{\varkappa^2}+r\right)} = \frac{(P-\varkappa)^2}{(P+\varkappa)^2}(<1).$$

Macht man die Annahme, dass in $R(z) = 0$ die Wurzeln $1/\varkappa^2$ und $-p^2/\varkappa^2$ conjugirt complex sind, so fällt damit auch die Voraussetzung, dass $\sin(\alpha/2) = \varkappa$ reell ist. Wir haben dann nicht mehr eine einfache hin- und hergehende Bewegung. Wir wollen diesen Fall aus unserer Betrachtung ausschliessen und uns nur auf die oscillirende Bewegung beschränken.

5. Zur Lösung des Integrales (3) führen wir elliptische Functionen ein, und zwar setzen wir $u = (1/\lambda)\operatorname{sn} v$ mit dem

Modul $\mu/\lambda = \nu$, der nach dem obigen reell und kleiner als 1 ist. Alsdann ist

$$d u = \frac{1}{\lambda} \operatorname{cn} v \,.\, \operatorname{dn} v \,.\, d v, \quad R(u) = \operatorname{cn} v \,.\, \operatorname{dn} v$$

und es ist, wenn wir gleichzeitig festsetzen, dass für $v = 0$ $t = t_0$ sein soll:

$$t - t_0 = M \lambda \int_0^v \frac{\frac{A}{\lambda} \operatorname{sn} v + B}{\lambda + \operatorname{sn} v} d v,$$

oder

$$t - t_0 = M \lambda \int_0^v \left\{ \frac{A}{\lambda} + \frac{(B - A)}{\lambda + \operatorname{sn} v} \right\} d v.$$

Wir haben demnach folgende Kategorien von Integralen:

$$\int_0^v d v = v \text{ (elliptisches Integral erster Gattung).}$$

Ferner ist

$$\int_0^v \frac{d v}{(\lambda + \operatorname{sn} v)}$$

ein elliptisches Integral dritter Gattung. Um es auf die Normalform

$$\int_0^v \frac{d v}{(\operatorname{sn}^2 v - \operatorname{sn}^2 \alpha)} = J_{(3)}^{(v)}$$

zu bringen, setzen wir $\lambda = \operatorname{sn} \alpha$, und, wenn wir Zähler und Nenner des Integranden mit $\operatorname{sn} \alpha - \operatorname{sn} v$ multipliciren, ist

$$\int_0^v \frac{d v}{\lambda + \operatorname{sn} v} = -\lambda \int_0^v \frac{d v}{\operatorname{sn}^2 v - \operatorname{sn}^2 \alpha} - \int_0^v \frac{\operatorname{sn} v \, d v}{\operatorname{sn}^2 \alpha - \operatorname{sn}^2 v} = -\lambda J_{(3)}^{(v)} - S,$$

wenn

$$\int_0^v \frac{\operatorname{sn} v \, d v}{\operatorname{sn}^2 \alpha - \operatorname{sn}^2 v} = S$$

gesetzt wird. Setzen wir $\operatorname{sn}^2 v = y$ (wobei der Modul ν bleibt), so ist

$$(5)\quad\begin{cases}\displaystyle\int\frac{\operatorname{sn}v\,dv}{\operatorname{sn}^2\alpha-\operatorname{sn}^2 v}=m\int\frac{dx}{(x-k)\sqrt{x^2-a^2}}\\[2ex] \displaystyle\qquad=\frac{m}{\sqrt{a^2-k^2}}\operatorname{arctg}\frac{x-k+\sqrt{x^2-a^2}}{\sqrt{a^2-k^2}},\end{cases}$$

wo gesetzt ist

$$x=\frac{2\mu^2 y-(\lambda^2+\mu^2)}{2\mu^2},\qquad m=-\frac{\lambda}{2\mu},\qquad k=\frac{2\mu^2\lambda^2-(\lambda^2+\mu^2)}{2\mu^2},$$
$$a=\frac{\lambda^2-\mu^2}{2\mu^2}.$$

Dabei muss (weil $a^2-k^2=(a+k)(a-k)$) die Bedingung $|k|<|a|$ erfüllt sein, was auch der Fall ist; denn werden die beiden Ausdrücke für k und a miteinander verglichen, so geht diese Bedingung über in $\mu^2<1$. — Setzen wir die Ausdrücke für x, m, k und a in (5) ein, so erhalten wir

$$S=\int\limits_0^v\frac{\operatorname{sn}v\,dv}{\operatorname{sn}^2\alpha-\operatorname{sn}^2 v}=-\tfrac{1}{2}\frac{\lambda}{\mu}\left|\operatorname{arctg}\frac{\mu(y-\lambda^2)+\sqrt{(\mu^2 y-\lambda^2)(y-1)}}{\lambda\sqrt{(\lambda^2-1)(1-\mu^2)}}\right|_0^y.$$

Für das elliptische Integral $J_3(v)$ haben wir den Ausdruck:

$$J_3(v)=-\left(\nu^2\operatorname{sn}^2\beta+\frac{\nu^2\operatorname{sn}^2\beta}{\operatorname{cn}\beta\operatorname{dn}\beta}\right)v-\tfrac{1}{2}\frac{\nu^2\operatorname{sn}^2\beta}{\operatorname{cn}\beta\operatorname{dn}\beta}\log\frac{\Theta(v-\beta)}{\Theta(v+\beta)},\ ^{1)}$$

wobei $\beta=\alpha-K'i$ ist und α der Bedingung $\operatorname{sn}\alpha=\lambda$ genügt.

6. Nunmehr ist das Integral (1) vollständig bestimmt. Wir erhalten als Resultat:

$$t-t_0=M\lambda\left\{\frac{A}{\lambda}v+(B-A)(-\lambda J_3(v)-S)\right\},$$

oder mit Berücksichtigung der Ausdrücke für S, $J_3(v)$, A, B:

$$\begin{aligned}t-t_0=M\Bigg\{&\left[1+\frac{\varkappa^2}{p^2}s-\lambda^2\frac{\varkappa^2}{p^2}(s-r)\left(\nu^2\operatorname{sn}^2\beta+\frac{\nu^2\operatorname{sn}^2\beta}{\operatorname{cn}\beta\operatorname{dn}\beta}\right)\right]v\\ &-\frac{\lambda^2}{2}\frac{\varkappa^2}{p^2}(s-r)\frac{\nu^2\operatorname{sn}^2\beta}{\operatorname{cn}\beta\operatorname{dn}\beta}\log\frac{\Theta(v-\beta)}{\Theta(v+\beta)}\\ &-\tfrac{1}{2}\frac{\lambda^2}{\mu}\frac{\varkappa^2}{p^2}(s-r)\operatorname{arctg}\frac{\mu(y-\lambda^2)+\sqrt{(\mu^2 y-\lambda^2)(y-1)}}{\lambda\sqrt{(\lambda^2-1)(1-\mu^2)}}\Bigg\}.\end{aligned}$$

Hierbei sind r, s, M durch (2) und (4) bestimmt.

7. Hiermit ist gezeigt, dass die Zeit in dem behandelten Problem sich als ein geschlossenes Integral ausdrücken lässt,

1) Den Vorlesungen des Hrn. Prof. Fuchs entnommen.

und zwar unter Zuhülfenahme elliptischer Functionen, deren Theorie zu EULER's Zeit allerdings erst in der Entwickelung begriffen war. In obiger Lösung ist zugleich der Einfluss der cylindrischen Form der Schneide eines Pendels auf die Schwingungszeit enthalten, welches Problem bekanntlich von BESSEL in den „Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels, 1826“ und HELMERT in den „Beiträgen zur Theorie des Reversionspendels, 1898“ unter Vernachlässigung gewisser kleiner Grössen und mittels Reihenentwickelung behandelt wird. Inwieweit die hier gegebene Lösung für praktische Fälle brauchbar ist, soll einstweilen dahingestellt sein.

Mitgliederliste
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Im Jahre 1901 verlor die Gesellschaft durch Tod:

Dr. F. Caspary, Prof. Dr. M. Eschenhagen, Prof. Dr. A. König, Prof. Dr. B. Schwalbe, Prof. Dr. O. Wiedeburg.

Am Ende des Jahres 1901 waren Mitglieder der Gesellschaft:

A. Berliner Mitglieder.

1. Herr Dr. M. Altschul*), N., Brunnenstrasse 109.
2. „ Dr. M. Abramczik, W., Kurfürstendamm 48/49.
3. „ F. S. Archenhold, Treptow, Sternwarte.
4. „ Prof. Dr. H. Aron, W., Lichtensteinallee 3a.
5. „ Dr. L. Arons, SW., Königgrätzerstrasse 109.
6. „ Dr. E. Aschkinass, W., Kurfürstendamm 22.
7. „ Prof. Dr. R. Assmann, N., Seestrasse 61.
8. „ O. Baschin, W., Schinkelplatz 6.
9. „ Dr. W. Bein, W., Emserstrasse 25.
10. „ Dr. G. Benischke, Pankow, Parkstrasse 8.
11. „ A. Berberich, SW., Lindenstrasse 91.
12. „ Dr. A. Berliner, NW., Dorotheenstr. 60.
13. „ Prof. Dr. W. v. Bezold, W., Lützowstrasse 72.
14. „ Prof. Dr. E. Blasius, Charlottenburg, Knesebeckstrasse 96.
15. „ A. Blümel, SO., Melchiorstrasse 22.
16. „ H. Boas, SW., Dessauerstrasse 38.
17. „ A. du Bois-Reymond, NW., Schiffbauerdamm 29a.
18. „ Dr. E. Bollé, SO., Manteuffelstrasse 126.
19. „ Prof. Dr. R. Börnstein, Wilmersdorf, Landhausstrasse 10.
20. „ Prof. Dr. H. Böttger, NW. Lessingstrasse 10.
21. „ Dr. F. Bremer, NW., Schleswiger Ufer 16.
22. „ Dr. W. Brix, Steglitz, Hohenzollernstrasse 1.
23. „ Prof. Dr. E. Brodhun, Grunewald, Hubertusbaderstr. 22.
24. „ Dr. C. Brodmann, NW., Paulstrasse 13.
25. „ Prof. Dr. E. Budde, NW., Alt-Moabit 89.
26. „ W. B. v. Czudnochowski, W., Klopstockstrasse 38.
27. „ Dr. R. Defregger, NW., Brückenallee 30.
28. „ Dr. A. Denizot, Charlottenburg, Schlüterstrasse 7.

---

*) Berlin ist in dem Verzeichniss weggelassen.

29. Herr Dr. H. Diesselhorst, W., Schaperstrasse 18.
30. „ Dr. W. Dittenberger, Charlottenburg, Marchstrasse 25.
31. „ Dr. F. Dolezalek, Halensee, Friedrichsruherstrasse 23.
32. „ Dr. B. Donath, Charlottenburg, Stuttgarterplatz 16.
33. „ Prof. Dr. E. v. Drygalski, W., Kurfürstenstrasse 40.
34. „ Dr. A. Ebeling, W., Würzburgerstrasse 20.
35. „ Dr. Joh. Ehlers, NW., Lübeckerstrasse 27.
36. „ Prof. Dr. Th. W. Engelmann, NW., Neue Wilhelmstrasse 15.
37. „ F. Ernecke, SW., Königgrätzerstrasse 112.
38. „ Dr. C. Färber, S., Fichtestrasse 2.
39. „ Dr. Felgenträger, Friedenau, Kaiser-Allee 38.
40. „ Prof. Dr. K. Feussner, Charlottenburg, Leibnizstrasse 1.
41. „ Prof. Dr. R. Finkener, W., Schaperstrasse 18.
42. „ Reg.-Rat Dr. A. Franke, W., Marburgerstrasse 9a.
43. „ Dr. A. Franke, Gross-Lichterfelde, Sternstrasse 28.
44. „ Dr. F. Frankenhäuser, Friedenau, Hauffstrasse 13.
45. „ Dr. G. Freund, NW., Unter den Linden 69.
46. „ J. Friedländer, W., Regentenstrasse 8.
47. „ Dr. H. Friedrichsen, Tempelhof, Berlinerstrasse 101.
48. „ Prof. Dr. O. Frölich, Charlottenburg, Grolmannstrasse 68.
49. „ Prof. Dr. L. Fuchs, W., Rankestrasse 14.
50. „ R. Fuess, Steglitz, Düntherstrasse 7/8.
51. „ Dr. H. Gerstmann, W., Knesebeckstrasse 70/71.
52. „ Dr. W. Giese, W., Bülowstrasse 80.
53. „ Dr. A. Gleichen, S., Hasenheide 93.
54. „ Prof. Dr. E. Goldstein, W., Bambergerstrasse 6.
55. „ Dr. Th. Gross, Westend, Elisabethstrasse.
56. „ Prof. Dr. L. Grunmach, W., Bayreutherstrasse 33.
57. „ Prof. Dr. E. Gumlich, Charlottenburg, Schlüterstrasse 71.
58. „ Prof. Dr. P. Güssfeldt, NW., Beethovenstrasse 1.
59. „ W. Hänsch, S., Prinzenstrasse 71.
60. „ Dr. E. Häntzschel, W., Gleditschstrasse 43.
61. „ Prof. Dr. E. Hagen, Charlottenburg, Werner Siemensstrasse 7.
62. „ H. Hahn, Grunewald, Bismarckallee 24.
63. „ G. Hansemann, W., Maassenstrasse 29.
64. „ Prof. Dr. G. Hauck, W., Bülowstrasse 6.
65. „ Dr. F. v. Hefner-Alteneck, W., Hildebrandstrasse 9.
66. „ P. Heitchen, Charlottenburg, Bismarckstrasse 77.
67. „ Prof. Dr. G. Hellmann, W., Margarethenstrasse 2/3.
68. „ Prof. Dr. R. Heyne, W., Zietenstrasse 3.
69. „ Prof. Dr. J. Hirschwald, Grunewald, Kunz Buntschuhstr. 16.
70. „ Dr. Christian von Hofe, Charlottenburg, Leibnizstrasse 20.
71. „ Prof. J. H. van't Hoff, Charlottenburg, Uhlandstrasse 2.
72. „ F. Hoffmann, SW., Belle Allianceplatz 6a.
73. „ A. W. Hoffmann, SW., Kochstrasse 6.

74. Herr Dr. H. Hohnhorst, SW., Bellealliancestrasse 80.
75. „ Prof. Dr. L. Holborn, Charlottenburg, Schlossstrasse 3.
76. „ Dr. K. Hollefreund, S., Alexandrinenstrasse 36.
77. „ Dr. W. Howe, Westend, Kastanienallee 4.
78. „ Oberlehrer Dr. Hupe, Charlottenburg, Leonhardtstrasse 19.
79. „ M. Iklé, W., Genthinerstrasse 27.
80. „ Prof. Dr. W. Jaeger, Friedenau, Handjerystrasse 90.
81. „ Dr. E. Jahnke, Wilmersdorf, Pariserstrasse 55.
82. „ O. Johannesson, N., Schönhauserallee 169.
83. „ Reg.-Rat Dr. K. Kahle, Westend, Akazienallee 20.
84. „ Prof. Dr. S. Kalischer, W., Ansbacherstrasse 14.
85 „ Prof. G. Kiesel, O., Langestrasse 31.
86. „ O. Kiewel, W., Schinkelplatz 6.
87. „ Dr. O. Knöffler, Charlottenburg, Kantstrasse 151.
88. „ Dr. A. Köpsel, Charlottenburg, Grolmannstrasse 15.
89. „ Prof. Dr. F. Kötter, S., Annenstrasse 1.
90. „ Prof. Dr. M. Koppe, O., Königsbergerstrasse 16.
91. „ Prof. Dr. F. Kohlrausch, Charlottenburg, Marchstrasse 25 B.
92. „ Prof. Dr. G. Krech, S., Brandenburgstrasse 43.
93. „ Prof. Dr. V. Kremser, NW., Spenerstrasse 34.
94. „ Dr. H. Kreusler, NW., Reichstagsufer 8.
95. „ Prof. Dr. O. Krigar-Menzel, W., Siegismundstrasse 3.
96. „ Prof. Dr. F. Kurlbaum, Charlottenburg, Kantstrasse 138.
97. „ Prof. Dr. E. Lampe, W., Kurfürstenstrasse 139.
98. „ Prof. Dr. H. Landolt, NW., Albrechtstrasse 14.
99. „ Prof. Dr. J. Lange, NO., Elisabethstrasse 57/58.
100. „ Dr. W. Leick, Gross-Lichterfelde, Chausseestrasse 109 B.
101. „ G. Leithäuser, W., Nollendorfstrasse 17.
102. „ Dr. E. Less, NW., Bachstrasse 11.
103. „ Dr. L. Levy, W., Blumenthalstrasse 17.
104. „ C. Liebenow, W., Fasanenstasse 51.
105. „ Prof. Dr. O. Liebreich, NW., Neustädtische Kirchstrasse 9.
106. „ Prof. Dr. St. Lindeck, Charlottenburg, Goethestrasse 77.
107. „ Prof. Dr. E. Loew, SW., Grossbeerenstrasse 1.
108. „ Prof. Dr. O. Lummer, Charlottenburg, Friedrich-Karlplatz 14.
109. „ Dr. F. F. Martens, NW., Reichstagsufer 7—8.
110. „ Capitän z. See a. D. Mensing, W., Kurfürstenstrasse 99.
111. „ Reg.-Rat Dr. E. Meyer, Friedenau.
112. „ Dr. M. W. Meyer, Charlottenburg, Grolmannstrasse 36.
113. „ Edgar Meyer, NW., Karlstrasse 25.
114. „ Dr. C. Michaelis, Potsdam, Schützenplatz 1 c.
115. „ Dr. Michaelis, W., Kurfürstenstrasse 149.
116. „ Ministerialdirector a. D. Dr. P. Micke, W., Kleiststrasse 15.
117. „ Prof. Dr. Miethe, Charlottenburg, Techn. Hochschule.
118. „ Dr. R. Müller, SW., Blücherstrasse 35.

119. Herr Prof. Dr. H. Munk, W., Matthäikirchstrasse 4.
120. „ Dr. R. Nahrwold, S., Bockstrasse 9/10.
121. „ Prof. Dr. F. Neesen, W., Ansbacherstrasse 31.
122. Frl. Dr. Elsa Neumann, W., Potsdamerstrasse 10.
123. Herr Prof. Dr. A. Paalzow, W., Wilhelmstrasse 50.
124. „ M. von Pirani, Charlottenburg, Carmerstrasse 1.
125. „ Prof. Dr. M. Planck, W., Achenbachstrasse 1.
126. „ Prof. Dr. F. Poske, SW., Halleschestrasse 21.
127. „ Prof. Dr. E. Pringsheim, NW., Flensburgerstrasse 14.
128. „ Prof. Dr. A. Raps, SW., Yorkstrasse 66.
129. „ Prof. Dr. O. Reichel Charlottenburg, Bismarckstrasse 126.
130. „ Dr. L. Rellstab, Schöneberg, Neue Culmstrasse 5a.
131. „ Dr. E. Richter, Charlottenburg, Knesebeckstrasse 90.
132. „ Dr. H. Rohrbeck, NW., Karlstrasse 24.
133. „ Prof Dr. O. Rosenbach, W., Victoriastrasse 20.
134. „ Prof. Dr. H. Rubens, W., Knesebeckstrasse 29.
135. „ Dr. Schafheitlin, W., Schaperstrasse 17.
136. „ Dr. Karl Scheel, Wilmersdorf, Güntzelstrasse 43.
137. „ Dr. R. Schelske, NW., Beethovenstrasse 3.
138. „ Dr. E. Schenck, Charlottenburg, Kantstrasse 27.
139. „ Prof. M. Schlegel, W., Bellevuestrasse 15.
140. „ Dr. Erich Schmidt, W., Pariserstrasse 9.
141. „ Prof. Dr. J. Scholz, NW., Klopstockstrasse 1.
142. „ Prof. Dr. P. Scholz, Steglitz, Fichtestrasse 34.
143. „ Dr. R. Scholz, Charlottenburg, Kantstrasse 147.
144. „ Dr. O. Schönrock, NW., Jagowstrasse 10.
145. „ Prof. F. Schotte, SW., Grossbeerenstrasse 27a.
146. „ Dr. G. Schwalbe, Charlottenburg, Bismarckstrasse 114.
147. „ Reg.-R. a. D. R. Seebold, Charlottenburg, Fasanenstrasse 13.
148. „ Frhr. v. Seherr-Thoss, W., Hohenzollernstrasse 11.
149. „ Prof. Dr. G. Sieben, Gross-Lichterfelde, Sternstrasse 9.
150. „ Prof. Dr. A. Siebert, Gross-Lichterfelde, Bellevuestrasse 30.
151. „ Hauptmann v. Sigsfeld, Tegel.
152. „ Wilh. v. Siemens, W., Thiergartenstrasse 10.
153. „ Dr. S. Simon, Charlottenburg, Spreestrasse 43.
154. „ Prof. Dr. W. Sklarek, W., Landgrafenstrasse 7.
155. „ Prof. Dr. A. Slaby, Charlottenburg, Sophienstrasse 4.
156. „ Dr. Starck, N., Kesselstrasse 32.
157. „ Dr. H. Starke, NW., Reichstagsufer 7/8.
158. „ Prof. Dr. K. Strecker, W., Keithstrasse 20.
159. „ Prof. Dr. M. Thiesen, Friedrichshagen, Ahorn-Allee 10.
160. „ Prof. H. Thurein, N., Chausseestrasse 40.
161. „ Prof. Dr. J. Traube, W., Potsdamerstrasse 50.
162. „ Dr. Fr. Vettin, SW., Bernburgerstrasse 24.
163. „ Prof. Dr. R. Virchow, W., Schellingstrasse 10.

164. Herr Prof. Dr. E. Warburg, NW., Neue Wilhelmstrasse 16.
165. „ Reg.-Rat Dr. C. L. Weber, SW., Yorkstrasse 19.
166. „ Prof. Dr. W. Wedding, Gross-Lichterfelde, Wilhelmstrasse 2.
167. „ Prof. Dr. B. Weinstein, Charlottenburg, Kantstrasse 148.
168. „ Dr. K. von Wesendonck, NW., Moltkestrasse 2.
169. „ J. West, SW., Hallesche Strasse 20.
170. „ Prof. Dr. H. F. Wiebe, Charlottenburg, Goethestrasse 87.
171. „ Prof. Dr. W. Wolff, Charlottenburg, Uhlandstrasse 193.
172. „ Dr. B. A. Woringer, Grunewald, Hagenstrasse 3.
173. „ R. Wurtzel, NW., Philippstrasse 6.
174. Versuchsabteilung der Verkehrstruppen, W., Wilhelmstrasse 101.

B. Auswärtige Mitglieder.

175. Herr Prof. Dr. R. Abegg, Breslau, Kaiser Wilhelmstrasse 70.
176. „ Dr. M. Abraham, Göttingen, Nicolausbergerweg 17.
177. „ A. Ackermann-Teubner, Leipzig, Poststrasse 3.
178. „ Prof. Dr. K. Ångström, Upsala.
179. „ Dr. R. Apt, Köln-Ehrenfeld, Gesellschaft „Helios".
180. „ Dr. E. van Aubel, Gent, chaussée de Courtrai 136.
181. „ Prof. Dr. F. Auerbach, Jena.
182. „ Dr. U. Behn, Frankfurt a. M., Neue Taubenstrasse 7.
183. „ Dr. O. Berg, Greifswald, Rossmarkt 8.
184. „ Dr. G. Berthold, Ronsdorf.
185. „ Dr. F. Bidlingmaier, Potsdam, Meteor.-Magn. Observatorium.
186. „ Prof. Dr. H. du Bois, Haag, Beznidenbot 79.
187. „ Prof. Dr. L. Boltzmann, Leipzig, Leplaystrasse 9.
188. „ Prof. Dr. F. Braun, Strassburg i. E., Physik. Institut.
189. „ Prof. Dr. H. Bruns, Leipzig, Stephanstrasse 3.
190. „ Prof. Dr. F. Burckhardt, Basel.
191. „ Prof. Dr. O. Chwolson, St. Petersburg, Physik. Institut.
192. „ Dr A. Coehn, Göttingen, Obere Karspüie 16a.
193. „ Dr. S. Czapski, Jena.
194. „ Dr. A. Dahms, Leipzig, Thalstrasse 35.
195. „ Dr. A. Day, Washington, Harvardstreet 1358.
196. „ Prof. Dr. C. Dieterici, Hannover, Techn. Hochschule.
197. „ Prof. Dr. E. Dorn, Halle a. S., Paradeplatz 7.
198. „ Dr. Drecker, Aachen, Lousbergstrasse 26.
199. „ Prof. Dr. P. Drude, Giessen, Nahrungsberg 8.
200. „ Prof. H. Dufour, Lausanne, Universität.
201. „ Prof. Dr. H. Ebert, München, Techn. Hochschule.
202. „ Dr. J. Edler, Potsdam, Leipzigerstrasse 9a.
203. „ Prof. Dr. J. Elster, Wolfenbüttel, Lessingstrasse 7.
204. „ Dr. R. Emden, München, Techn. Hochschule.
205. „ Dr. K. Fischer, München-Solln Nr. 47.

206. Herr Prof. Dr. C. Fromme, Giessen.
207. „ Prof. Dr. J. Gad, Prag.
208. „ Dr. A. Galle, Potsdam, Geodät. Institut.
209. „ Prof. H. Geitel, Wolfenbüttel.
210. „ Dr. J. Ritter von Geitler, Prag, II, 1594 Physik. Institut.
211. „ Prof. Dr. D. Goldhammer, Kasan.
212. „ Prof. Dr. L. Grätz, München, Arcisstrasse 8.
213. „ Prof. Dr. O. Grotrian, Aachen, Theresienstrasse 13.
214. „ Dr. E. Grüneisen, Halle a/S., an der Marienkirche 3.
215. „ Prof. Dr. G. Gruss, Weinberge bei Prag.
216. „ Dr. S. Guggenheimer, Nürnberg, Kaiserstrasse 23.
217. „ Prof. Dr. S. Günther, München, Akademiestrasse 5.
218. „ Director L. Hacker, Brandenburg a/H.
219. „ Dr. A. Hagenbach, Bonn, Physik. Institut.
220. „ Prof. Dr. E. Hagenbach-Bischoff, Basel.
221. „ Prof. Dr. W. Hallwachs, Dresden-Altstadt, Münchenerstr. 2.
222. „ Prof. Dr. Hermann Hammerl, Innsbruck.
223. „ H. Hauswaldt, Magdeburg-Neustadt.
224. „ Dr. Hecker, Potsdam, Geodät. Institut.
225. „ Prof. Dr. A. Heydweiller, Münster i. W., Physik. Institut.
226. „ Prof. Dr. F. Himstedt, Freiburg i. B., Goethestrasse 8.
227. „ Prof. Dr. D. Hurmuzescu, Jassy.
228. „ Prof. Dr. Georg W. A. Kahlbaum, Basel.
229. „ Dr. W. Kaufmann, Göttingen, Physik. Institut.
230. „ Prof. Dr. H. Kayser, Bonn.
231. „ Prof. Dr. J. Kiessling, Hamburg.
232. „ Prof. Dr. L. v. Klecki, Krakau, Karmelickastrasse 44.
233. „ Prof. Dr. F. Klein, Göttingen.
234. „ Dr. O. Knoblauch, Leipzig, Kaiser-Wilhelmstrasse 51.
235. „ Prof. Dr. K. R. Koch, Stuttgart, Techn. Hochschule.
236. „ Prof. Dr. W. Kohlrausch, Hannover, Techn. Hochschule.
237. „ Prof. Dr. W. König, Greifswald, Physik. Institut.
238. „ Dr. J. Königsberger, Freiburg i. B., Physik. Institut.
239. „ Dr. A. Korn, München, Hohenzollernstrasse 1a.
240. „ Prof. Dr. H. Kronecker, Bern.
241. „ Dr. H. Krüss, Hamburg, Adolfsbrücke 7.
242. „ Dr. Kühnen, Potsdam, Geodät. Institut.
243. „ Prof. Dr. V. von Lang, Wien, IX. Türkenstrasse 3.
244. „ Prof. Dr. E. Lecher, Prag II 1594, Physik. Institut.
245. „ Prof. Dr. O. Lehmann, Karlsruhe, Techn. Hochschule.
246. „ Dr. A. Lessing, Göttingen, Walkmühlenweg 27.
247. „ Prof. Dr. Th. Liebisch, Göttingen, Wilhelm-Weberstr. 17.
248. „ Prof. Dr. C. Linde, Thalkirchen bei München.
249. „ Dr. A. Lindemann, Güstrow i. Mecklenburg, Burgstrasse 7.
250. „ Prof. Dr. H. A. Lorentz, Leiden.

251. Herr Dr. Lüdeling, Potsdam, Meteor. Institut.
252. „ Dr. R. Luyken, Potsdam, Französischestrasse 1.
253. „ Prof. Dr. K. Mack, Hohenheim bei Stuttgart.
254. „ Dr. A. Mahlke, Magdeburg, Arndtstrasse 39.
255. „ Dr. M. Maier, Schaufling bei Deggendorf.
256. „ Dr. O. Martienssen, Breslau, Elsasserstrasse 10.
257. „ Dr. E. Marx, Frankfurt a. M., Parkstrasse 38.
258. „ A. Meiner, Leipzig, Rossplatz 17.
259. „ Dr. G. Melander, Helsingfors.
260. „ Prof. Dr. G. Meyer, Freiburg i. B., Dreisamstrasse 3.
261. „ Prof. Dr. O. E. Meyer, Breslau, Göppertstrasse 1.
262. „ Prof. Dr. G. Mie, Greifswald, Physik. Institut.
263. „ Dr. James Moser, Wien VIII/1 Laudongasse 25.
264. „ Prof. Dr. K. von der Mühll, Basel, Universität.
265. „ Dr. W. Müller-Erzbach, Bremen.
266. „ Prof. Dr. A. Müttrich, Eberswalde.
267. „ Prof. Dr. W. Nernst Göttingen, Herzberger Chaussee 13.
268. „ Prof. Dr. C. Neumann, Leipzig, Querstrasse 10/12.
269. „ Dr. A. Nippoldt, Potsdam, Meteorol.-Magnet. Observatorium.
270. „ Prof. Dr. A. v. Oettingen, Leipzig, Mozartstrasse 1.
271. „ Prof. Dr. W. Ostwald, Leipzig, Linnéstrasse 3.
272. „ Prof. Dr. J. Pernet, Zürich-Hottingen, Gloriastrasse 68.
273. „ Prof. Dr. L. Pfaundler, Graz.
274. „ Dr. A. Pflüger, Bonn, Physik. Institut.
275. „ Prof. Dr. R. Pictet, Adr. in Berlin, W., Bendlerstrasse 14.
276. „ Prof. Dr. Precht, Hannover, Techn. Hochschule.
277. „ E. Prümm, Braunschweig, Physik. Institut.
278. „ Prof. Dr. C. Pulfrich, Jena.
279. „ Prof. Dr. K. Prytz, Kopenhagen, Falkoneergaardsvej 12.
280. „ Prof. Dr. G. Quincke, Heidelberg, Friedrichsbau.
281. „ Prof. Dr. G. Recknagel, Augsburg.
282. „ Dr. W. Reiss, Schloss Könitz (Thüringen).
283. „ Ingenieur Renisch, Essen a. Ruhr.
284. „ Prof. Dr. F. Richarz, Marburg i. H.
285 „ Prof. Dr. E. Riecke, Göttingen.
286. „ Dr. R. Ritter, München, Georgenstrasse 13.
287. „ Prof. Dr. W. C. Röntgen, München, Physik. Institut.
288. „ Dr. M. v. Rohr, Jena, Wagnergasse 11.
289. „ Prof. Dr. J. Rosenthal, Erlangen.
290. „ Prof. Dr. R. Rühlmann, Doebeln i. Sachsen.
291. „ Prof. Dr. C. Runge, Hannover, Techn. Hochschule.
292. „ Prof. Dr. J. Scheiner, Potsdam, Astrophysikal. Observatorium.
293. „ Dr. R. Schenck, Marburg i. H., Universitätsstrasse.
294. „ Prof. Dr. K. Schering, Darmstadt, Grünerweg 10.
295. „ Dr. A. Schmidt, Gotha, Herrnwiesenweg.

296. Herr Prof. Dr. Schubert, Eberswalde, Forstakademie.
297. „ Dr. A. Schulze, Marburg i. H.
298. „ Dr. H. Siedentopf, Jena, Oberer Löbdergraben 11.
399. „ Prof. Dr. P. Silow, Warschau, Universität.
300. „ Dr. J. Spies, Potsdam, Waisenstrasse 36.
301. „ Prof. Dr. A. Sprung, Potsdam, Meteorol.-Magnet. Observ.
302. „ Dr. Joh. Stark, Göttingen, Herzberger Chaussee 19.
303. „ Dr. R. Straubel, Jena, Beethovenstrasse 2.
304. „ Prof. Dr. V. Strouhal, Prag, Clementinum.
305. „ Dr. R. Süring, Potsdam, Meteorol.-Magnet. Observatorium.
306. „ B. Tepelmann, Braunschweig, vor der Burg 18.
307. „ S. Tereschin, Petersburg, Nicolaewskaya 40.
308. „ Prof. Dr. W. von Uljanin, Kasan.
309. „ Dr. Usener, Wilhelmshaven.
310. „ Dr. Veillon, Basel, Physik. Institut.
311. „ Prof. Dr. H. C. Vogel, Potsdam, Astrophysik. Observat.
312. „ Prof. Dr. W. Voigt, Göttingen.
313. „ Prof. Dr. P. Volkmann, Königsberg i. Pr. Tragheim. Kirchenstr. 11.
314. „ Prof. Dr. A. Voller, Hamburg, Physik. Staatslaboratorium.
315. „ Prof. Dr. R. Wachsmuth, Rostock, Prinzenstrasse 4.
316. „ Prof. Dr. H. Weber, Braunschweig, Techn. Hochschule.
317. „ Prof. Dr. H. F. Weber, Zürich, Techn. Hochschule.
318. „ Prof. Dr. L. Weber, Kiel, Physik. Institut.
319. „ Dr. A. Wehnelt, Erlangen, Luitpoldstrasse 6.
320. „ Prof. Dr. E. Wiechert, Göttingen.
321. „ Prof. Dr. E. Wiedemann, Erlangen.
322. „ Prof. Dr. M. Wien, Aachen, Techn. Hochschule.
323. „ Prof. Dr. W. Wien, Würzburg, Physik. Institut.
324. „ Prof. Dr. O. Wiener, Leipzig, Thalstrasse 35.
325. „ Prof. Dr. J. Wilsing, Potsdam, Astrophysikal. Observatorium.
326. „ Prof. Dr. A. Winkelmann, Jena.
327. „ Dr. Wright, Karlsruhe, Rudolfstrasse 1.
328. „ Prof. Dr. A. Wüllner, Aachen, Techn. Hochschule.
329. „ Prof. Dr. W. v. Zahn, Leipzig-Plagwitz, Carl-Heinestrasse 33.
330. „ Dr. Ziegler, Dresden, Techn. Hochschule.
331. Die mathem.-physik. Sammlung des bayrischen Staates (Director: Prof. Dr. Groth in München).
332. Das Physik. Institut der Universität Leipzig.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

